

# **Estudo de formação de gelo sobre superfície plana fria com aplicação para armazenamento térmico e convalidação com experimentos.**

---

## **Relatório Final. Trabalho de Graduação 2**

**Autor: Jorge Inchausti Velasco**

**Orientador: Prof. Dr. Kamal Abdel Radi Ismail**

04/2014

## SUMÁRIO

Lista de Figuras .....	3
1- Introdução .....	5
1.1- Importância do tema no contexto geral .....	5
1.2- Delimitações e hipóteses .....	6
1.3- Objetivos .....	7
2- Revisão da Literatura.....	8
2.1- Armazenadores como Bancos de Gelo .....	9
3- Montagem experimental .....	10
3.1- Introdução.....	10
3.2- Descrições da montagem experimental .....	11
4- Análise Matemática.....	16
4.1- Introdução.....	16
4.2- Formulação matemática .....	17
4.2.1 - Condição na parede da placa fria.....	18
4.2.2- Condição na interfase .....	18
5- Solução Numérica .....	19
5.1- Introdução.....	19
5.2- Formulação da solução numérica .....	20
5.3- Determinações dos passos de tempo .....	22
5.3.1-Determinações dos passos de tempo iniciais $\Delta t_0$ e $\Delta t_1$ .....	22
5.3.2-Determinações dos passos de tempo $\Delta t_n$ .....	23
6- Procedimento experimental .....	23
6.1- Descrição do procedimento experimental .....	26
7- Apresentação e análise dos resultados.....	27
7.1- Introdução.....	27
7.2- Resultados numéricos .....	27
7.2.1- Temperatura versus posição.....	28
7.2.2- Velocidade versus tempo.....	29
7.2.3 - Energia armazenada versus tempo.....	30
7.2.4- Energia versus posição .....	31

7.3-Resultados experimentais.....	32
7.3.1 - Temperatura versus tempo.....	32
7.3.2- Temperatura versus posição.....	34
7.3.3- Velocidade versus tempo.....	36
7.3.4- Energia versus posição.....	41
7.4- Comparação dos resultados.....	42
7.4.1- Velocidade versus tempo.....	42
7.4.2- Temperatura versus posição.....	43
7.4.3- Energia versus posição.....	44
8- Conclusões e sugestões para próximos trabalhos .....	45
8.1- Conclusões .....	45
8.2- Dificuldades encontradas.....	45
8.3- Sugestões para próximos trabalhos.....	46
Anexo .....	47
Código do programa construído .....	47

## Lista de Figuras

Figura 1- curva da demanda eléctrica da Espanha 30/10/2012 as 15:40 .....	6
Figura 2- Josef Stefan .....	8
Figura 3- Imagem da vista geral do banco de gelo .....	10
Figura 4- Esquema do sistema de banco de gelo .....	11
Figura 5- Esquema do aparato experimental .....	12
Figura 6- Imagem da Seção de testes e placas .....	13
Figura 7- Imagem do reservatório do fluido de refrigeração secundário .....	14
Figura 8- Imagem do trocador de calor .....	14
Figura 9- Imagem do sistema de refrigeração do R22 .....	15
Figura 10- Imagem do termostato TLZ 10 .....	15
Figura 11- Esquema tanque e placas .....	16
Figura 12- Eixe Positivo (x) .....	17
Figura 13 - Esquema da fronteira móvel .....	19
Figura 14- Termopares no ponte .....	24
Figura 15- Curvas calibração termopares .....	25
Figura 16- Calibração da Vazão .....	26
Figura 17- Temperatura vs posição .....	28
Figura 18- Velocidade vs Tempo .....	29
Figura 19- Energia vc Tempo .....	30
Figura 20- Energia vs posição .....	31
Figura 21 - Temperatura vs tempo, vazão 0,05937 kg/s .....	32
Figura 22 - - Temperatura vs tempo, vazão máximo .....	33
Figura 23 - Temperatura vs tempo, vazão mínimo 0,01984 kg/s .....	33
Figura 24 - Temperatura vs posição, vazão 0,05937 kg/s .....	34
Figura 25 - Temperatura vs posição, vazão máximo .....	35
Figura 26 - Temperatura vs posição, vazão mínimo 0,01984 .....	35
Figura 27 - Fronteira móvel vazão maximo .....	36
Figura 28 - Fronteira móvel vazão maximo .....	36
Figura 29 - Fronteira móvel antes de se encontrar vazão máximo .....	37
Figura 30 - Vista das placas e do gelo entre elas no final do experimento .....	37
Figura 31 - Velocidade vs Tempo, vazão 0,05937 kg/s .....	38
Figura 32 - Velocidade vs Tempo, vazão máximo .....	38
Figura 33 - Velocidade vs Tempo, vazão mínimo 0,01984 kg/s .....	39
Figura 34 - Velocidade vc tempo conjunto .....	40
Figura 35 - Energia vc Posição .....	41
Figura 36 - Comparação de velocidades de crescimento .....	42
Figura 37 - Comparação Temperatura vs Posição .....	43
Figura 38 - Energia vs posição .....	44

## Nomenclatura

### *Letras Latinas*

A - Área [ $\text{m}^2$ ]

$C_p$  - Calor específico a pressão constante [ $\text{J kg}^{-1} \text{°C}^{-1}$ ]

k - Condutividade térmica [ $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ ]

L - Calor latente [ $\text{J kg}^{-1}$ ]

P(t) - Posição da frente de solidificação [m]

t - Tempo [s]

T - Temperatura [ $\text{°C}$ ]

x - Coordenada

### *Letras Gregas*

$\alpha$  - Difusividade térmica [ $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ]

$\rho$  - Densidade [ $\text{kg m}^{-3}$ ]

### *Subscritos*

m - Mudança de fase

p - Parede

### *Siglas*

PCM - Material de mudança de fase

LHTES - armazenador de energia térmica de calor latente

## 1- Introdução

É sabido que o fenômeno da mudança de fase líquido/sólido é um fenômeno que sempre intrigou ao homem. De fato, no século XXI, este fenômeno é ainda muito atual, devido a sua grande utilidade em diversos domínios. Muitas investigações científicas estudam os mecanismos que regem esse fenômeno. Através desses estudos, podemos encontrar aplicações na indústria do metal, engenharia, produção de eletricidade ou armazenamento de calor.

Nestes processos, a matéria é submetida a uma mudança de fase o que favorece a formação de uma fronteira ou interface que separa as duas fases. Esta fronteira é móvel e se move na matéria durante o processo. Isso provoca que a posição da fronteira seja um parâmetro desconhecido, ou seja, parte do problema. Estes problemas de interface móvel se referem também como problemas de Stefan. Nesta classe de problema, as propriedades de transporte variam de forma considerável entre as fases, o que resulta em taxas de energia, massa e transporte de momento totalmente diferentes de uma fase para outra, Hu(1996).

Entre todas estas aplicações, os bancos de gelo destacam pela elevada capacidade de armazenamento de energia comparado com um armazenador de calor latente. Os bancos de gelo são equipamentos que armazenam energia como calor latente a baixas temperaturas. São utilizados principalmente no condicionamento de ar em residências, escritórios, comércio ou indústria. O objetivo fundamental destes equipamentos é aliviar os efeitos dos picos de carga, que são períodos de tempo críticos na demanda de energia elétrica, Quispe (1996).

Nos armazenadores de energia, a energia é armazenada no Material de mudança de fase (PCM). Nos bancos de gelo, o PCM é água. Um armazenador de energia constitui-se de um circuito de refrigeração, um circuito de transporte de energia, um sistema de controle e componentes miscelâneos. Durante o período de carga do armazenador é utilizado o circuito de refrigeração que resfria o fluido de trabalho e troca energia com o material de mudança de fase, o qual uma vez solidificado serve como armazenador de energia térmica de calor latente. O sistema de controle permite a perfeita coordenação entre cada um dos componentes enquanto os componentes miscelâneos constituem os contadores de energia elétrica, termômetros e outros de relativa importância.

### 1.1- Importância do tema no contexto geral

A partir da segunda revolução industrial, a energia converte-se em um dos fatores, se não a maior, mais importantes da economia. Atualmente, um país sem energia é um país em ruínas. A dependência energética é total. Os países dependem ainda dos combustíveis fósseis. A maioria dos países tem que comprar estes combustíveis para abastecer as casas, a indústria, o transporte, comércio, agricultura etc...

Uma das energias mais importante num país é a energia elétrica. Essa energia é uma energia de alta qualidade termodinâmica, tem alto rendimento, e uma incrível flexibilidade de utilização. Muitas são as formas de obter a energia elétrica (hidroelétrica, nuclear, turbinas de

gás, vento, sol, etc...), mas ao final, a energia elétrica tem que ser igual no ponto do consumo. São por tanto, necessárias tecnologias complexas para a obtenção desta energia, o que encarece seus custos.

O consumo de energia elétrica nos diferentes setores da sociedade varia continuamente durante o dia, o mês e ainda de acordo com cada estação. A energia elétrica não é uma energia que pode ser armazenada para um consumo posterior. Deve ser produzida ao mesmo tempo em que ela é consumida. Desta forma, o ajuste do consumo e da produção de energia é vital. A curva da demanda elétrica mostra claramente o fenômeno de consumo elétrico de um país num dia:

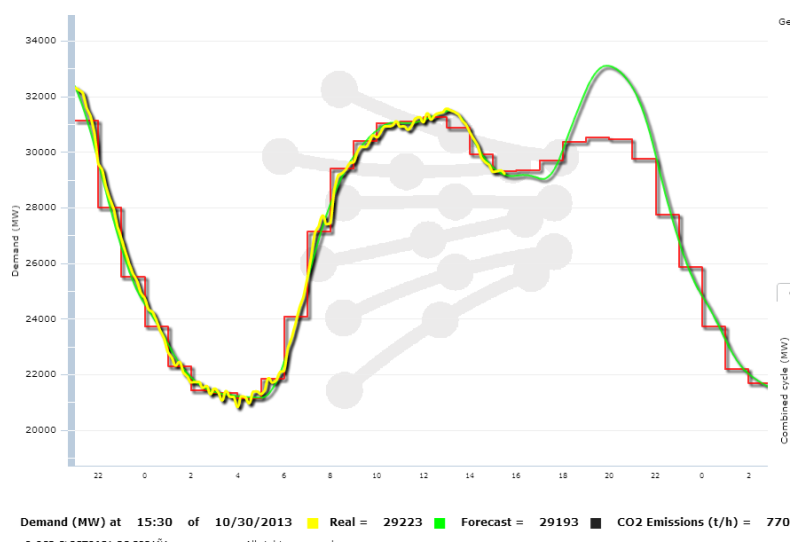


Figura 1- curva da demanda elétrica da Espanha 30/10/2012 as 15:40

A curva da demanda é uma curva com picos de demanda. Existe-se momentos onde a demanda eleva-se brutalmente que levam às “horas de pico”. Este fato ocasiona enormes dificuldades técnicas (têm que produzir mais energia, tem que funcionar mais estações elétricas) e económicas. Como consequência, aparecem tarifas especiais onde os custos se elevam. Por outro lado, existem períodos onde a demanda elétrica é mínima “off peak”. Os custos económicos e técnicos são menores o que ocasiona uma diminuição das tarifas. Estes picos não são benéficos para as instalações de potencia porque obrigam elas a trabalhar a carga parcial com geradores auxiliares, baixando assim a eficiência e o rendimento.

Os sistemas de armazenamento térmico e os bancos de gelo têm a finalidade de equilibrar estas diferenças. Os bancos de gelo armazenam energia térmica em forma de gelo nas horas fora de pica para depois liberá-la nas horas de pica, ajudando de esta maneira a diminuir os picos de potencia e desta forma permitindo um maior rendimento no sistema.

## 1.2- Delimitações e hipóteses

Na realização do presente trabalho, serão admitidas as seguintes considerações.

- - Propriedades físicas do material de mudança de fase constantes.
- - Material de mudança de fase à temperatura de solidificação.
- - A transferência de calor é unidimensional.
- - Processo de solidificação regido pela condução, desprezando os efeitos convectivos na fase líquida.
- - Distribuição simétrica das placas no banco de gelo.
- - Temperatura da parede constante no tempo.

### 1.3- Objetivos

Por causa da importância que os bancos de gelo podem ter de aqui um futuro próximo, é importante quantificar os parâmetros ótimos que o caracterizam. Esta avaliação pode ser feita tanto teoricamente como experimentalmente. Bem que uma avaliação teórica é mais flexível, rápida, e menos custosa, a coordenação entre as duas resulta em um trabalho mais preciso e completo.

O objetivo deste trabalho consiste em estudar o fenômeno da solidificação da água em placas paralelas avaliando a influência das variáveis independentes como a temperatura das paredes das placas, o espaçamento entre as placas e a vazão e trabalho.

Para isso, é elaborado um modelo que representa a formação de gelo sobre placa plana submersa no PCM. Conforme o modelo foi desenvolvido um programa computacional com formulação numérica para avaliar numericamente os resultados obtidos com as medidas experimentais.



## 2- Revisão da Literatura

O trabalho de revisão é uma das partes mais importantes à hora de entender e desenvolver o trabalho posto que nos permite identificar os conceitos teóricos que tem que ser aplicados além das conclusões obtidas noutros trabalhos de pesquisa.

O objetivo de esta revisão é aprender dos outros autores para poder conseguir os objetivos propostos neste trabalho de maneira correta e eficaz.

As primeiras pesquisas no âmbito de mudança de fase foram desenvolvidas na primeira metade do século XIX. Os primeiros pesquisadores estudaram o fenômeno de solidificação de um líquido numa temperatura próxima à solidificação. Nesse período, foram desenvolvidos os primeiros trabalhos onde as bases de o que hoje conhecemos como o fenômeno de armazenamento térmico. Dentre os primeiros pesquisadores, destacou Stefan, que pesquisou sobre problemas de mudança de fase com o fenômeno de condução. Esses problemas chamam-se agora “Problemas de Stefan” em memória do pesquisador dos finais do século XIX.



Figura 2- Josef Stefan

Porém, com a chegada dos combustíveis fósseis e os motores de combustão, os trabalhos onde se desenvolve o armazenamento térmico foram postos do lado devido a grande quantidade de combustível disponível, a sua tecnologia mais desenvolvida, o seu baixo preço.

A partir dos anos 70, com as crises do petróleo e um considerável aumento do consumo de energia no mundo, o preço do petróleo subiu. Foi então quando pesquisas começadas por os primeis pesquisadores foram retomadas.

A tecnologia de armazenamento pode-se classificar como: Térmica, Termoquímica, Eletroquímica, Mecânica e Elétrica. Dentro dos armazenadores de energia térmica, pode-se

armazenada energia em forma de calor sensível o calor latente, sendo os armazenadores de calor latente os que têm mais capacidade de armazenamento.

Dentro de esses armazenadores, destacam-se os “bancos de gelo”. Um banco de gelo é um armazenador de energia térmica por calor latente “LHTES”, utilizado principalmente em processos de ar condicionado.

As companhias de eletricidades oferecem taxas de estrutura variável e estimulam o uso de energia durante o horário fora dos picos da demanda, principalmente correspondidas em hora noturnas. Os bancos de gelo permitem compensar os picos de demanda usando eletricidade nas horas de menos demanda e o calor armazenado nas horas de mais demanda, equilibrado desta maneira os picos e os custos de gerar mais energia nas horas pontas.

Kendall e Nadis (1980), mostraram nos seus dados que as áreas comercial e residencial nos E.U.A somam aproximadamente 36,6% de total de consumo de energia elétrica. De acordo com eles, poderiam ser obtidas economias entre 30-50% desta energia, diminuindo assim os picos de demanda. Como resultado destas pesquisas, a indústria de ar condicionado começou a desenvolver e utilizar a tecnologia de bancos de gelo devido que são dos maiores consumidores de energia eléctrica nestes setores.

## 2.1- Armazenadores como Bancos de Gelo

Muitos são as pesquisas e os pesquisadores que trabalharam com os bancos de gelo. Aqui só apresentaremos alguns de essas pesquisas, as quais servirão para entender e aprender sobre os fenômenos que acontecem nos bancos de gelo.

Quispe(1996), trabalhou num banco de gelo de placas paralelas. Em seu estúdio, ele realizou diferentes provas, analíticas e numéricas para obter diferentes dados e avaliar eles. Considerou uma transferência de calor por condução, unidimensional, com temperatura de parede constante e variável com o tempo. Em seu método analítico, usou o método das diferenças finitas com a discretização do método de malha fixa no domínio de espaço.

Suhas V.Patankar (1980) explicou em o livro Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, as bases dos métodos matemáticos das diferenças finitas necessários para desenvolver os problemas de mudança de fase.

Batista de Jesus(1998) desenvolveu um modelo analítico e experimental para avaliar um banco de gelo de paredes cilíndricas. Em seu trabalho, teve que, usando as coordenadas cilíndricas, mudar para umas novas onde a fronteira de solidificação ficasse fixa no tempo.

Gonzalez(2006), modelou numericamente e experimentalmente o processo de mudança de fase em placas paralelas. Como Quispe em 1996, Gonzalez só considerou o fenômeno de condução de calor com a temperatura de parede constante e variável no tempo. Neste caso, o autor resolveu o problema de acordo com o método das diferenças finitas no domínio “x-t”, posição (x) e temperatura(t) para modelizar, a traveis de estas duas variáveis, a posição do frente de solidificação durante o tempo. Para isso, considerou um diferencial de

posição ( $\Delta x$ ) constante e um diferencial ( $\Delta t$ ) variável. O  $\Delta t$  era o tempo que demorava o frente de solidificação em avançar um  $\Delta x$ .

Esta tese de Gonzalez será de grande relevância neste trabalho porque o método matemático usado será o mesmo. No obstante, neste trabalho pretende-se usar uma ferramenta de calculo e modelagem como MATLAB para avaliar os resultados obtidos na bancada de gelo.

### 3- Montagem experimental

#### 3.1- Introdução

Neste capítulo será descrito a montagem experimental da bancada realizado para a obtenção dos dados experimentais.

A bancada experimental foi construída no Laboratório de Armazenamento Térmico e Tubos de Calor da Faculdade de Engenharia Mecânica da Unicamp com o objetivo de avaliar experimentalmente a influencia dos fatores importantes que jogam em um banco de gelo de placas planas e convalidar os resultados obtidos com as medidas teóricas.



Figura 3- Imagem da vista geral do banco de gelo

### 3.2- Descrições da montagem experimental

O sistema compõe-se de dois circuitos principais; o circuito do transporte onde circula Etanol como refrigerante secundário e o circuito da refrigeração onde circula o Monoclorodifluormetano (R-22).

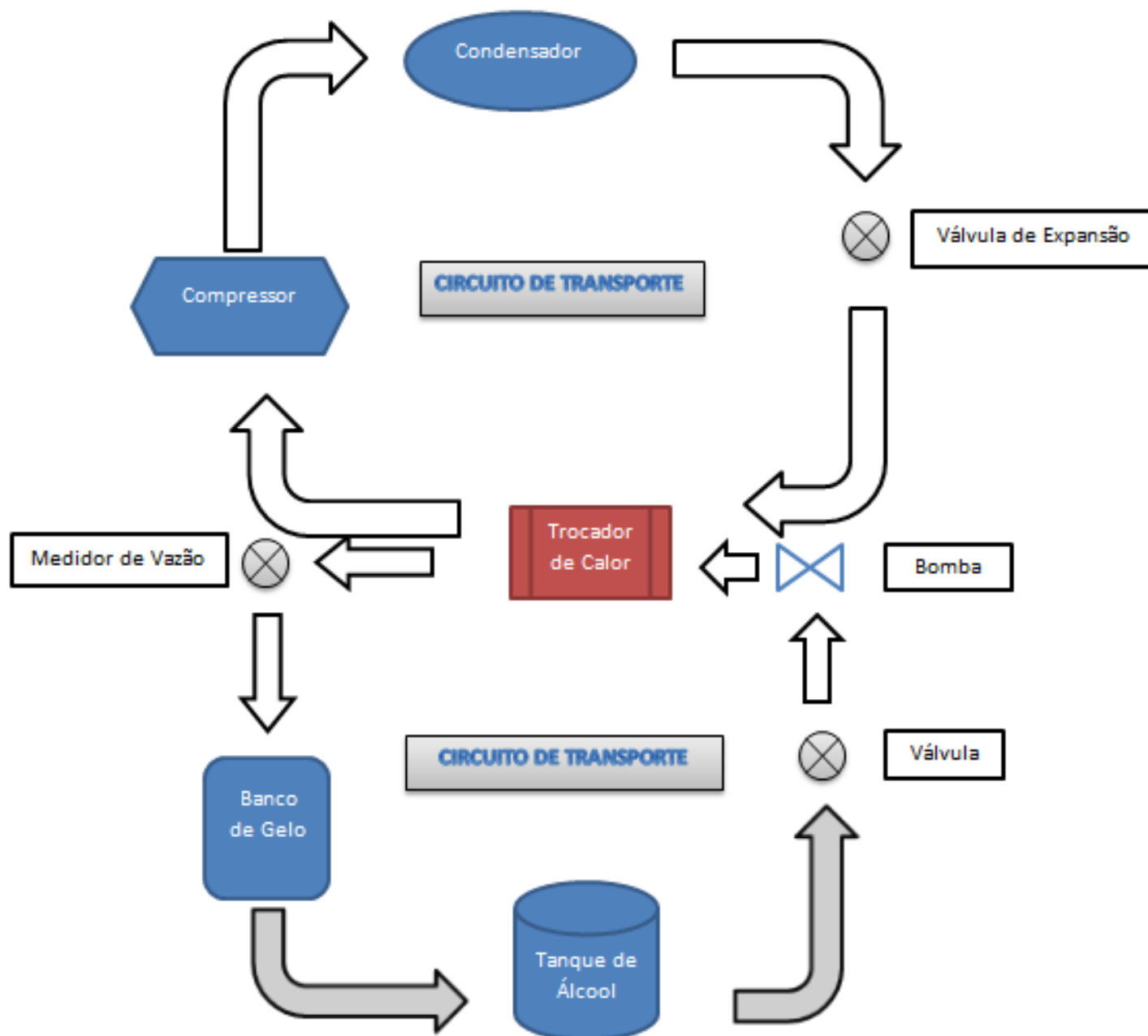


Figura 4-Esquema do sistema de banco de gelo

A montagem experimental mostrado na Figura 3.2 é constituída por:

- 1- Uma seção de testes onde são colocadas as placas e o PCM.
- 2- Reservatório para o fluido refrigerante secundário (ETANOL).
- 3- Trocador de calor para resfriar o Etanol.
- 4- Placa de aquisição de dados.
- 5- Computador.
- 6- Válvulas de registro.
- 7- Medidor de vazão.
- 8- Bomba para circulação de Etanol.
- 9- Medidores de temperatura do Etanol à entrada da seção de testes.
- 10- Medidores de temperatura do gelo dentro da seção de testes.
- 11- Tubulação que transporta Etanol.
- 12- Medidor de temperatura no reservatório do Etanol.
- 13- Câmara fotográfica.
- 14- Isolamento da seção de testes.
- 15- Janela de acrílico.

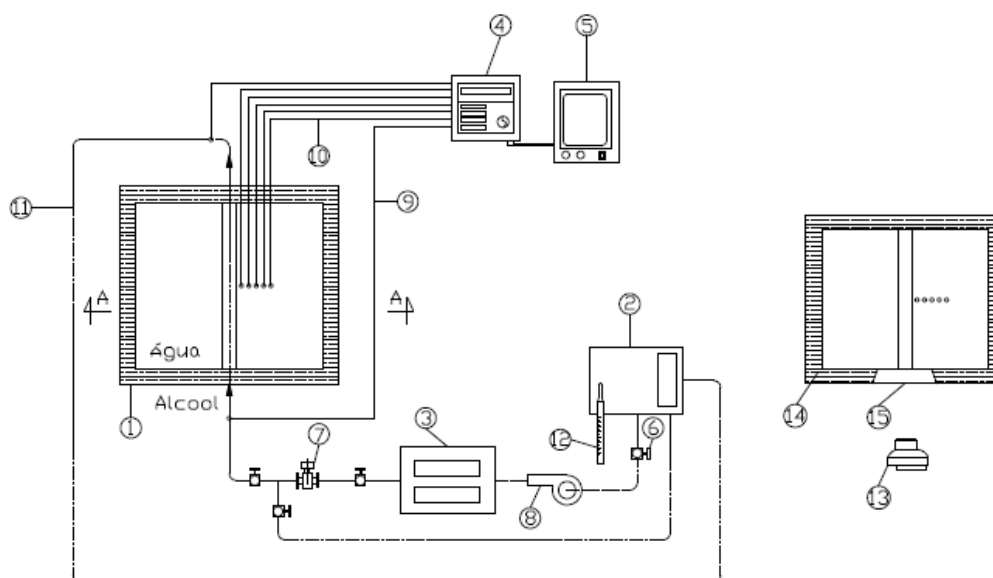


Figura 5-Esquema do aparato experimental

A seção de testes é um tanque retangular com capacidade para 105 litros ( $0.105 \text{ m}^3$ ) de água. É um tanque composto por chapas de acrílico transparente e isolado com poliuretano.

No interior do tanque foram colocadas três placas paralelas de  $500 \times 300 \times 13 \text{ mm}$  constituídas por duas chapas de cobre cada uma. Por essas placas acondicionou-se uma serpentina feita de um tubo de cobre por onde circula o refrigerante secundário. As placas estão colocadas equidistantes uma da outra.

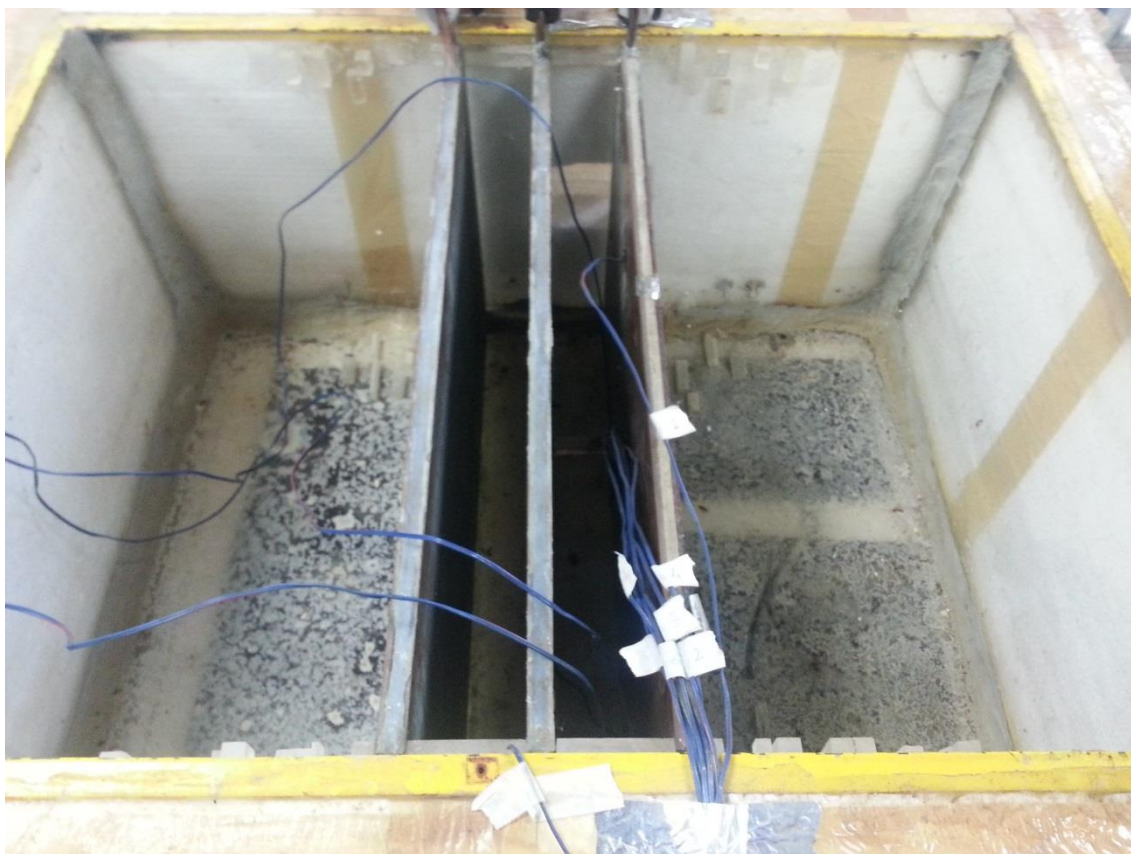


Figura 6- Imagem da Seção de testes e placas

O fluido refrigerante secundário esta armazenada num reservatório de aço inox isolado com poliuretano. Neste reservatório chega o fluido das placas e é bombeado novamente para o trocador de calor para se resfriar outra vez antes de sair para a seção de testes.





Figura 7- Imagem do reservatório do fluido de refrigeração secundário



Figura 8- Imagem do trocador de calor

No trocador de calor para resfriar o fluido de refrigeração secundário (Etanol) chega o fluido de refrigeração primário (R22). Este fluido é refrigerado por um compressor ligado à rede elétrica. A temperatura do fluido de refrigeração primário é controlada por um termostato (tlz 10).



Figura 9- Imagem do sistema de refrigeração do R22



Figura 10- Imagem do termostato TLZ 10



## 4- Análise Matemática

### 4.1- Introdução

Neste capítulo apresenta-se um modelo matemático para representar o problema de mudança de fase no banco de gelo. Este modelo tem que poder representar de maneira satisfatória o processo de modo que possa ser avaliado corretamente.

No análise matemática foram-se consideradas as considerações planteadas no capítulo 1.

- - Propriedades físicas do material de mudança de fase constantes.
- - Material de mudança de fase à temperatura de solidificação.
- - A transferência de calor é unidimensional.
- - Processo de solidificação regido pela condução, desprezando os efeitos convectivos na fase líquida.
- - Distribuição simétrica das placas no banco de gelo.
- - Temperatura da parede constante no tempo.

As placas encontram-se equidistantes uma da outra. O PCM, neste caso água, solidifica nesses espaços entre as placas. O processo pode ser então estudado numa só “intervalo” entre duas placas consecutivas. No obstante, como o fenómeno se considera idêntico para cada placa, o estudo pode ser reduzido numa só placa. Quispe(1996) definiu o eixo de simetria entre duas placas consecutivas como uma condição de isolamento.

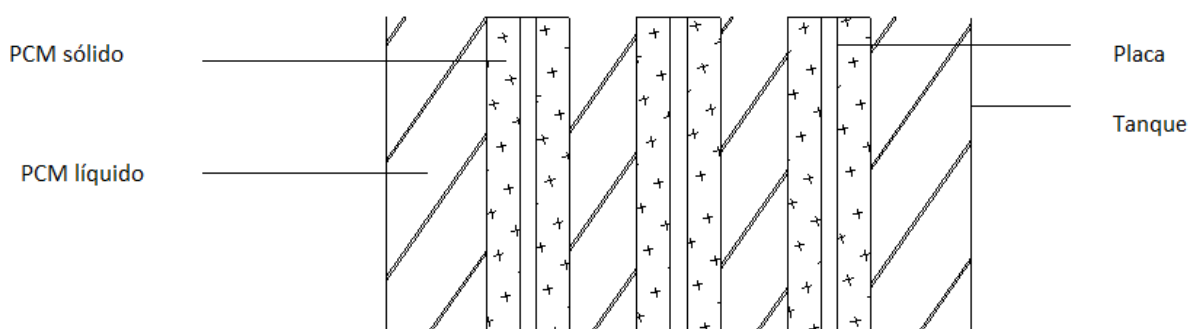


Figura 11- Esquema tanque e placas

O material de mudança de fase, como bem se sabe, encontra-se com temperatura de solidificação. O álcool circula pelo interior das paredes das placas esfriando o PCM que se começa a solidificar na superfície das placas. O eixo “x” positivo é definido na direção de solidificação e no lado da placa estudado.

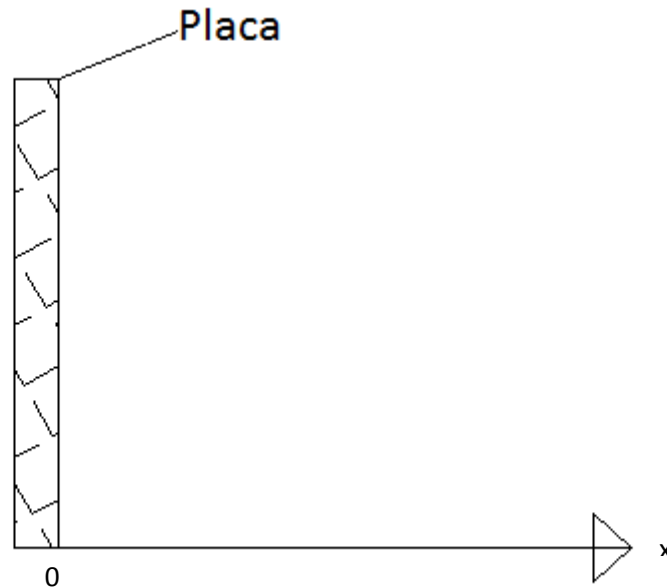


Figura 12-Eixe Positivo (x)

Devido às pequenas distancias de separação das placas na que se desenvolve o problema, é considerado unicamente transferência de calor unicamente por condução.

Uma vez definido o problema, pode ser descrito o análise matemática que desenvolve tudo o problema físico.

## 4.2- Formulação matemática

Como bem se deixou, o problema é governado por a condução de calor unidimensional. Sunderland (1974) e Quispe (1996) mencionaram as que as propriedades físicas de material de mudança de fase ficam constantes na faixa [-20 °C, 20°C].

De aqui podemos começar a formulação matemática do problema de solidificação, sabendo que as equações implicadas atuam no âmbito solido devido à temperatura do PCM encontra-se na temperatura de solidificação.

Temos então a equação geral de calor para água como fluido incompressível, unidimensional e estacionário:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

Desarrolhando:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \text{ em } 0 < x < P(t)$$

No problema apresenta-se duas condições de contorno:

- Parede da placa fria
- Interface liquido-sólido

Não existe condição de contorno em  $t=0$  para a fase sólida posto que em  $t=0$  a fase sólida não existe.

#### 4.2.1 - Condição na parede da placa fria

A temperatura permanece constante sempre.

$$T(x = 0) = T_p$$

#### 4.2.2- Condição na interface

A temperatura na interface é sempre constante e igual à temperatura de mudança de fase do PCM.

$$T(x = P(t)) = T_m \text{ com } t > 0$$

$$\left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \rho L \frac{\partial P(t)}{\partial t} \text{ em } x = P(t) \text{ com } t > 0$$

## 5- Solução Numérica

### 5.1- Introdução

Pra achar uma solução numérica a um problema de mudança de fase onde se envolve solidificação, fusão e uma interfase móvel, é necessária a aplicação de métodos numéricos que permitam devolver uma solução analítica.

Neste trabalho, a solução numérica virá da discretização das equações diferenciais e condições de contorno apresentadas anteriormente. Especial inteire na formulação matemática da interface móvel sólido-líquido.

Para discretizar as equações diferenciais, foi utilizado o método de diferenças finitas usando o esquema de espaço de tempo variável usado por Marío Elías Gonzalez em 2004.

Inicialmente, o PCM encontra se a temperatura de mudança de fase ( $T_m$ ) confinado numa região  $0 \leq x \leq f$ . Em  $x=0$ , a superfície de contorno é posta a uma temperatura baixa conhecida. Em  $x=f$ , a superfície de contorno é considerada isolada. A solidificação começa na superfície de contorno  $x=0$ , o frente de solidificação começa então a mover para a superfície de contorno isolada, direção  $x$ .

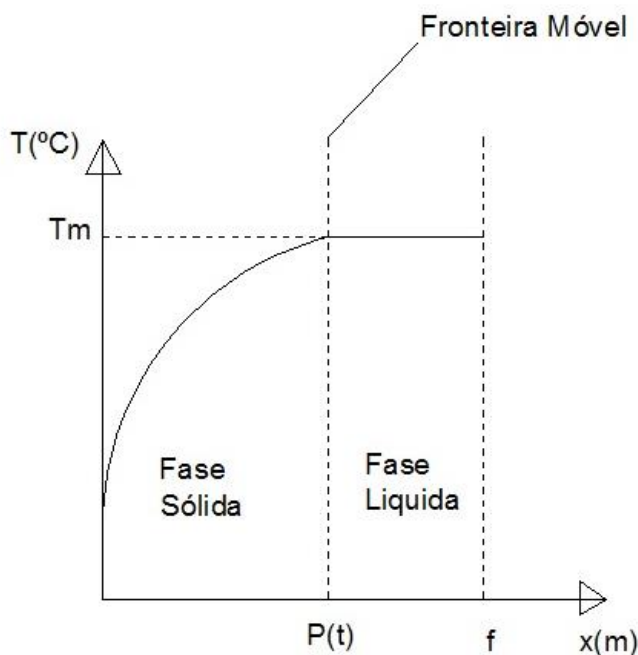


Figura 13 - Esquema da fronteira móvel

Como o PCM se encontra a temperatura de solidificação, a variação de temperatura só existe na fase sólida. O objetivo é determinar a distribuição de temperaturas na região sólida e a posição da interface ( $P(T)$ ) como função do tempo.

## 5.2- Formulação da solução numérica

Neste problema temos duas variáveis, o tempo (t) e a distancia (x). Para resolver o problema, subdividimos este domínio em pequenos intervalos  $\Delta x$  constantes e  $\Delta t$  variáveis. Assim, o proposito de esta proposta é conseguir que a interfase se mova de um nodo a outro ( $\Delta x$ ) num período de tempo variável ( $\Delta t$ ). O objetivo da formulação é conseguir determinar o passo do tempo  $\Delta t_n = t_{n+1} - t_n$  de forma que no intervalo de tempo  $t_n$  a  $t_{n+1}$  o frente de solidificação se mova  $\Delta x$ .

A discretização por diferenças finitas das equações formuladas anteriormente proveem da discretização formulada no capítulo 5 do Cengel, "Numerical Methods in Heat Conduction" utilizando o esquema implícito.

$$\frac{T_{i-1}^{n+1} - 2T_i^{n+1} + T_{i+1}^{n+1}}{(\Delta x)^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t_n} \quad (4.1)$$

Sendo

$T_i^n$ : A temperatura no nodo i, no instante de tempo n.

Rearranjando a equação temos a equação discretizada que domina o problema:

$$[-r_n T_{i-1}^{n+1} + (1 + 2r_n) T_i^{n+1} - r_n T_{i+1}^{n+1}]^{(p)} = T_i^n \quad (4.2)$$

Com:

- - (p) o numero de iterações.
- -  $r_n = \frac{\alpha \Delta t_n}{(\Delta x)^2}$   $n=1,2,3,\dots$  e  $\Delta t_n = t_{n+1} - t_n$

A equação discretizada de balanço de energia na interfase é descrita pela seguinte equação:

$$\frac{T_{n+1}^{n+1} - T_n^{n+1}}{\Delta x} = \frac{\rho L}{k} \frac{\Delta x}{\Delta t_n} \quad (4.4)$$

Rearranjando da:

$$\frac{\rho L}{k} \left[ \frac{(\Delta x)^2}{T_{n+1}^{n+1} - T_n^{n+1}} \right]^{(p)} = [\Delta t_n]^{(p+1)} \quad (4.5)$$

### *Condições de contorno*

Condição na interface

$$T_{n+1}^{n+1} = T_m \quad (4.6)$$

De esta forma, temos a equação de balanço de energia com a condição de contorno:

$$\frac{\rho L}{k} \left[ \frac{(\Delta x)^2}{T_m - T_n^{n+1}} \right]^{(p)} = [\Delta t n]^{(p+1)} \quad (4.7)$$

*Condição de contorno em  $x=0$*

$$T_0^{n+1} = T_p \quad (4.8)$$

## 5.3- Determinações dos passos de tempo

### 5.3.1-Determinações dos passos de tempo iniciais $\Delta t_0$ e $\Delta t_1$

Estes passos de tempo correspondem ao espaço de tempo que precisa a fronteira móvel em ir do nodo "0" até o "1" para  $\Delta t_1$ , e o período de tempo inicial que precisa o sistema para apresentar a fronteira móvel ( $\Delta t_0$ ).

#### *Espaço do tempo $\Delta t_0$*

Sendo  $n=0$ , com a equação (4.5) e a condição de contorno (4.8), obtemos a expressão para  $\Delta t_0$ :

$$\Delta t_0 = \frac{\rho L}{k} \left[ \frac{(\Delta x)^2}{T_m - T_0^1} \right] = \frac{\rho L}{k} \left[ \frac{(\Delta x)^2}{T_m - T_p} \right]$$

#### *Espaço do tempo $\Delta t_1$*

Neste espaço já temos que usar a equação de condução discretizada (4.2) posto que a fronteira começa a se mover do nodo "0" ao "1".

$$[-r_n T_{i-1}^{n+1} + (1 + 2r_n) T_i^{n+1} - r_n T_{i+1}^{n+1}]^{(p)} = T_i^n$$

Colocando  $n=1$  e  $i=1$ , temos:

$$[-r_1 T_0^2 + (1 + 2r_1) T_1^2 - r_1 T_2^2]^{(p)} = T_1^1$$

$$\text{Como } T_2^2 = T_1^1 = T_{n+1}^{n+1} = T_m \text{ e } T_0^2 = T_p$$

Temos então:

$$-r_1 T_p + (1 + 2r_1) T_1^2]^{(p)} = (1 + r_1^{(p)}) T_m \quad (4.9)$$

Para resolver a equação (4.9), é necessário saber o valor de  $r_1^{(p)}$ . Este valor é definido na equação (4.3) e depende do valor  $[\Delta t_1]^{(p)}$  calculado com a (4.7).

Para poder obter um valor válido de  $\Delta t_1$ , teremos que optar por um processo iterativo com  $p+1$  iterações. Este processo não terá acabado até que a diferença entre dois tempos consecutivos satisfaça o critério de convergência escolhido.

$$|\Delta t_1^{(p+1)} - \Delta t_1^{(p)}|.$$

Neste caso, é possível começar a iteração considerando um  $\Delta t_1^{(0)} = \Delta t_0$ .

Com  $\Delta t_1^{(0)}$  calculamos  $r_1^{(p)}$  na equação (4.3), depois obtemos o valor de  $T_1^2$  graças à (4.9) e um  $\Delta t_1^{(1)}$  colocando  $T_1^2$  na (4.7).

Continuamos o processo iterativo até satisfazer a condição de convergência.

### 5.3.2-Determinações dos passos de tempo $\Delta t_n$

Com  $\Delta t_0$  e  $\Delta t_1$  já podemos começar o cálculo de os demais passos de tempo em cada nível de tempo  $n=2,3,4..$

Estes passos de tempo são calculados por processo iterativo. O processo iterativo começa com a suposição  $[\Delta t_n]^{(0)} = \Delta t_{n-1}$  com  $n=2,3,..$

Temos então um sistema de equações, de (4.2) a (4.3) com as condições (4.6) e (4.8) para  $i=1,2,...,n$ .

Para cada nível de tempo ( $n$ ), teremos  $n$  equações para formar um sistema lineal que resolver.

Este problema se pode expressar de forma matricial da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} 1+2r_n & -r_n & * & * & * & * & * & * & * \\ -r_n & 1+2r_n & -r_n & * & * & * & * & * & * \\ * & -r_n & 1+2r_n & -r_n & * & * & * & * & * \\ * & * & \ddots & \ddots & \ddots & * & * & * & * \\ * & * & * & \ddots & \ddots & \ddots & * & * & * \\ * & * & * & * & \ddots & \ddots & \ddots & * & * \\ * & * & * & * & * & \ddots & \ddots & \ddots & * \\ * & * & * & * & * & * & -r_n & 1+2r_n & -r_n \\ * & * & * & * & * & * & * & -r_n & 1+2r_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1^{n+1} \\ T_2^{n+1} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ T_n^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1^n + r_n T_p \\ T_2^n \\ T_3^n \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ (1+r_n)T_m \end{bmatrix}$$

Sendo  $*=0$

Este sistema de equações em forma matricial se pode resolver por TDMA (Tridiagonal matrix algorithm).

Resolvendo a matriz passo a passo, com  $n=2,3,4..$  e  $i=1,2,..n$  dentro de cada iteração com  $n$ . Para cada nível de iteração, obteremos as temperaturas de esse nível junto com o tempo ( $\Delta t_n$ ). A condição para passar a um nível superior ( $n+1$ ) será dada por a condição de convergência:

$$|\Delta t_n^{(p+1)} - \Delta t_n^{(p)}|.$$

## 6- Procedimento experimental

Para a aquisição de dados foram utilizados termopares tipo T conectados a um sistema de aquisição da marca “NOVUS” que permite transformar os sinais dos termopares e monitorar elas num monitor de computador o mesmo tempo que salva os dados. Os dados se apresentam em grãos Celsius.

Foram dez os termopares instalados na bancada:

- - Entrada do álcool nas placas planas
- - Saída do álcool das placas planas



- - Três foram mergulhados no PCM
- - Parede da placa plana
- - Quatro foram dispostos de maneira perpendicular à placa estudada, como mostra a figura 14.



Figura 14- Termopares no ponte

### Curvas de calibração dos termopares.

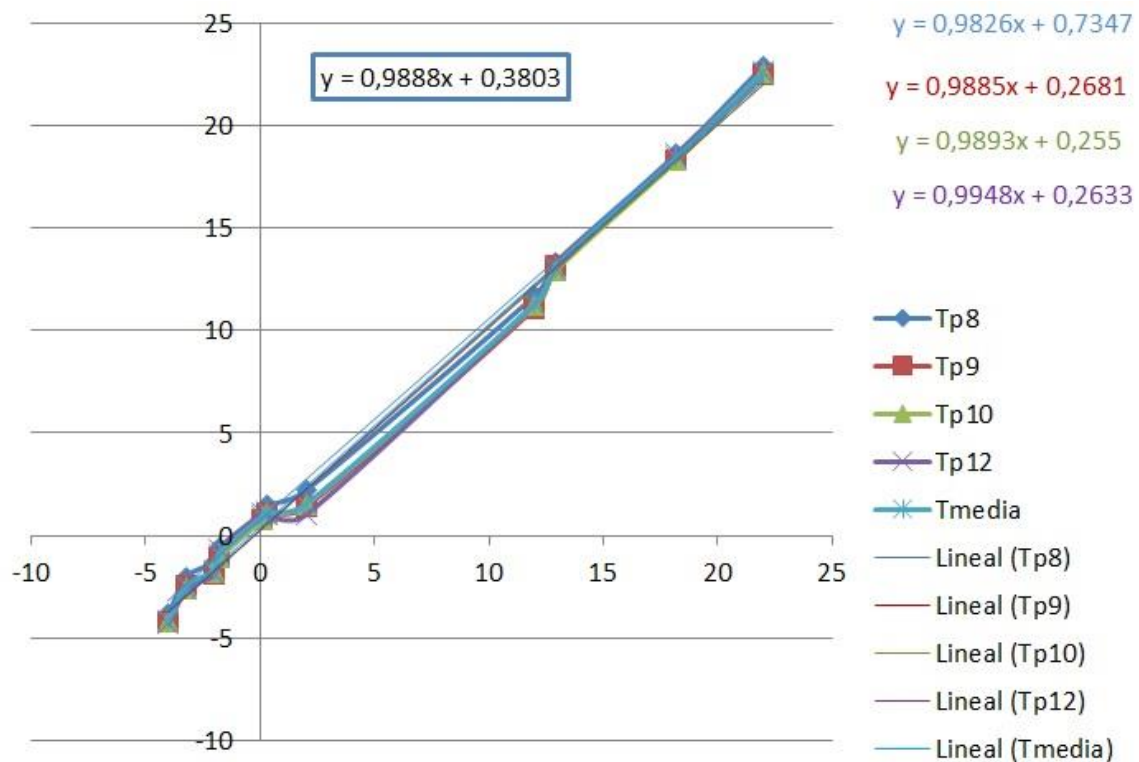


Figura 15- Curvas calibração termopares

Na figura 14 apresentam se varias das curvas de calibração dos termopares usados no experimento.

Para realizar o experimento, foi calibrada a vazão do álcool graças a um manômetro de mercúrio. Assim, obtínhamos uma reta de calibração da vazão. Para a realização do experimento foram escolhidos quatro vazões diferentes, o mínimo, o máximo e dois intermédios. (0,01984 kg/s, 0,0406 kg/s, 0,05937 kg/s, 0,09893 kg/s)

## Calibração da vazão

Da mesma forma que para os termopares, foi calibrada a vazão.

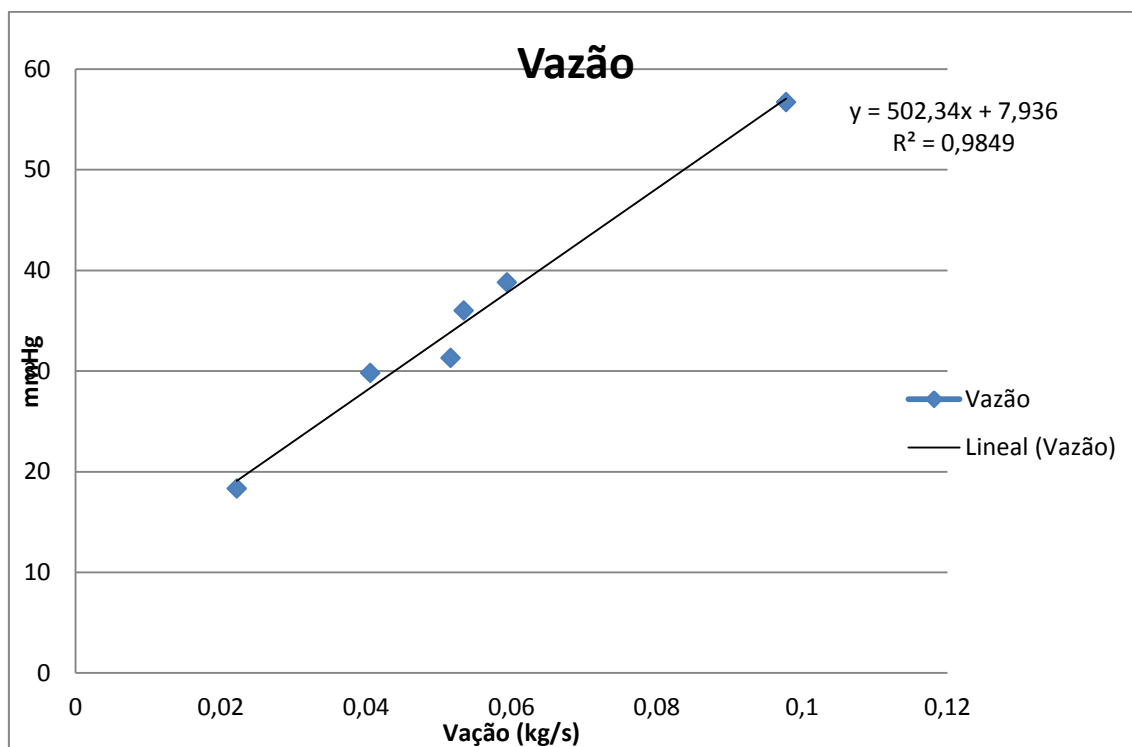


Figura 16- Calibração da Vazão

A temperatura do etanol foi sempre fixada em -15°C e a separação das placas paralelas foi sempre de 50 mm.

## 6.1- Descrição do procedimento experimental

O ensaio é iniciado quando a temperatura do álcool corresponde com a temperatura fixada (-15°C) e a temperatura do PCM é próxima a sua temperatura de mudança de fase (0°C). Devido a diferença de temperatura entre as paredes e o PCM, começa-se a formação do gelo nas paredes das placas. Como estas diferenças são maiores no princípio do ensaio, a velocidade de crescimento do gelo é por tanto maior.

Para calcular a velocidades do crescimento do gelo, foram tomadas fotografias graças a uma câmara de digital de nove megapixels. O intervalo de obtenção das fotos foi variável posto que como a velocidades de crescimento é maior num princípio, o intervalo devia ser também variável. Foram tomadas num intervalo de 1 a 5 minutos num princípio, para ir aumentando o intervalo na medida em que o ensaio avançava.

## 7- Apresentação e análise dos resultados

### 7.1- Introdução

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos tanto numéricos como experimentais. O objetivo é representar de maneira clara, com gráficas, figuras e imagens os resultados dos ensaios.

### 7.2- Resultados numéricos

A evolução do crescimento do gelo foi estudada com diferentes temperaturas no álcool que enfria as placas planas. O objetivo de isto é estudar a evolução das diferentes variáveis do sistema com uma temperatura da parede distinta. As variáveis estudadas foram:

- Temperatura do gelo
- Posição do gelo
- Velocidade de crescimento do gelo
- Energia armazenada
- Tempo

As temperaturas do álcool simuladas no programa foram:

- -10°C
- -15°C
- -18°C
- -20°C
- -25°C
- -30°C

Como é lógico, o custo energético de trabalhar com temperaturas do álcool de -30°C é maior que com -10°C. É por esta razão que é preciso estudar os resultados para encontrar o ponto ótimo do trabalho. Um ponto eficiente.

### 7.2.1- Temperatura versus posição

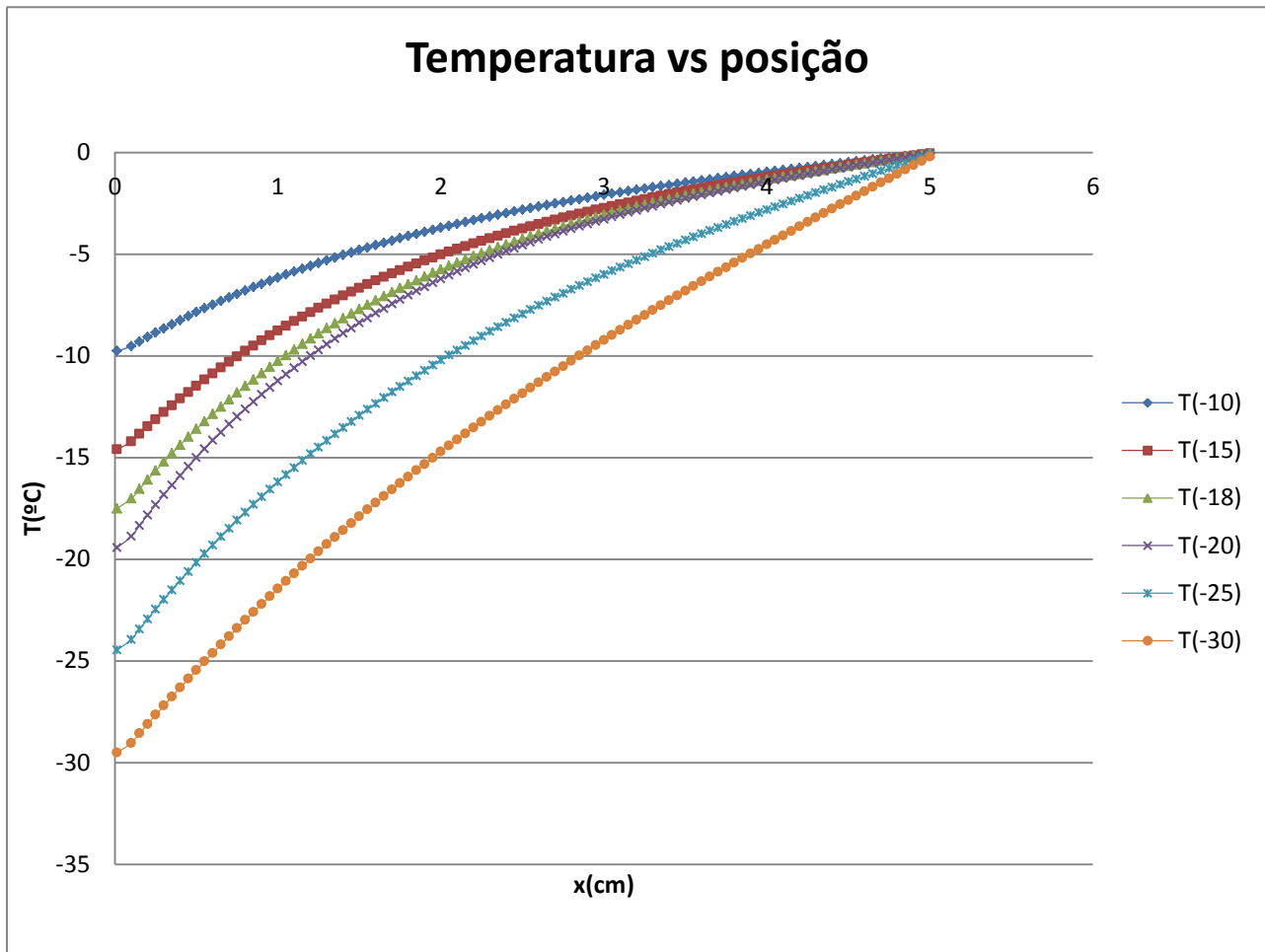


Figura 17-Temperatura vs posição

Como podemos observar, a distribuição de temperaturas é quase lineal. Quanto mais cerca o gelo se encontra das paredes refrigeradas, mais gradiente de temperatura tem. Não obstante, podemos observar que quando o gelo passa a facha de 2 cm, a distribuição de temperaturas é lineal.

## 7.2.2- Velocidade versus tempo

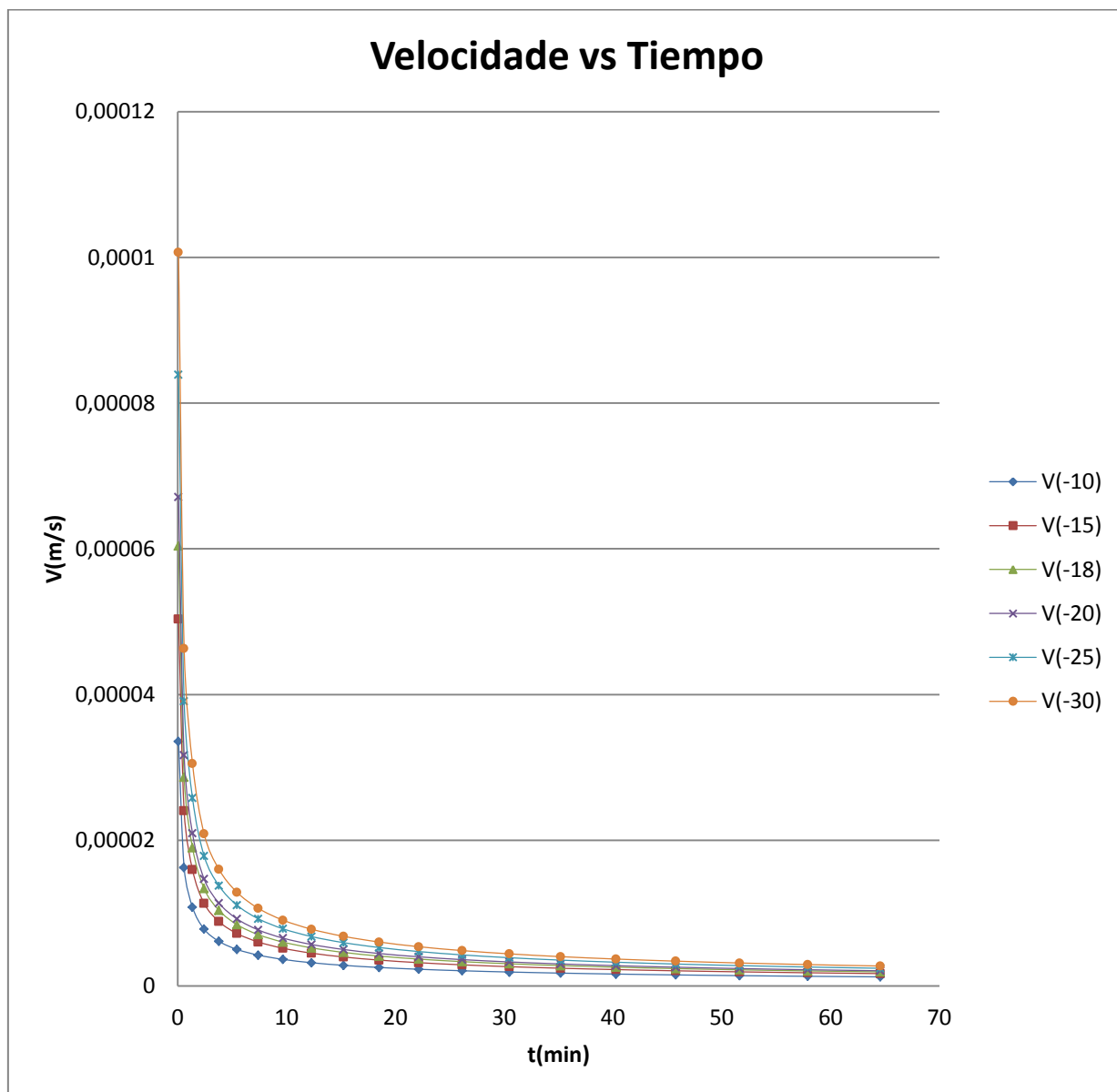


Figura 18- Velocidade vs Tempo

Como é lógico pensar, quanto mais baixa a temperatura do refrigerante é, mais rápido se cria o gelo. Não obstante, podemos observar que passados 50 minutos, as velocidades se aproximam. Isto é devido à criação de uma capa do gelo que impede um intercambio de calor entre a parede e o frente de solidificação. Temos aqui a transferência de calor entre o gelo e o PCM que faz que as velocidades se equilibrem.

### 7.2.3 - Energia armazenada versus tempo

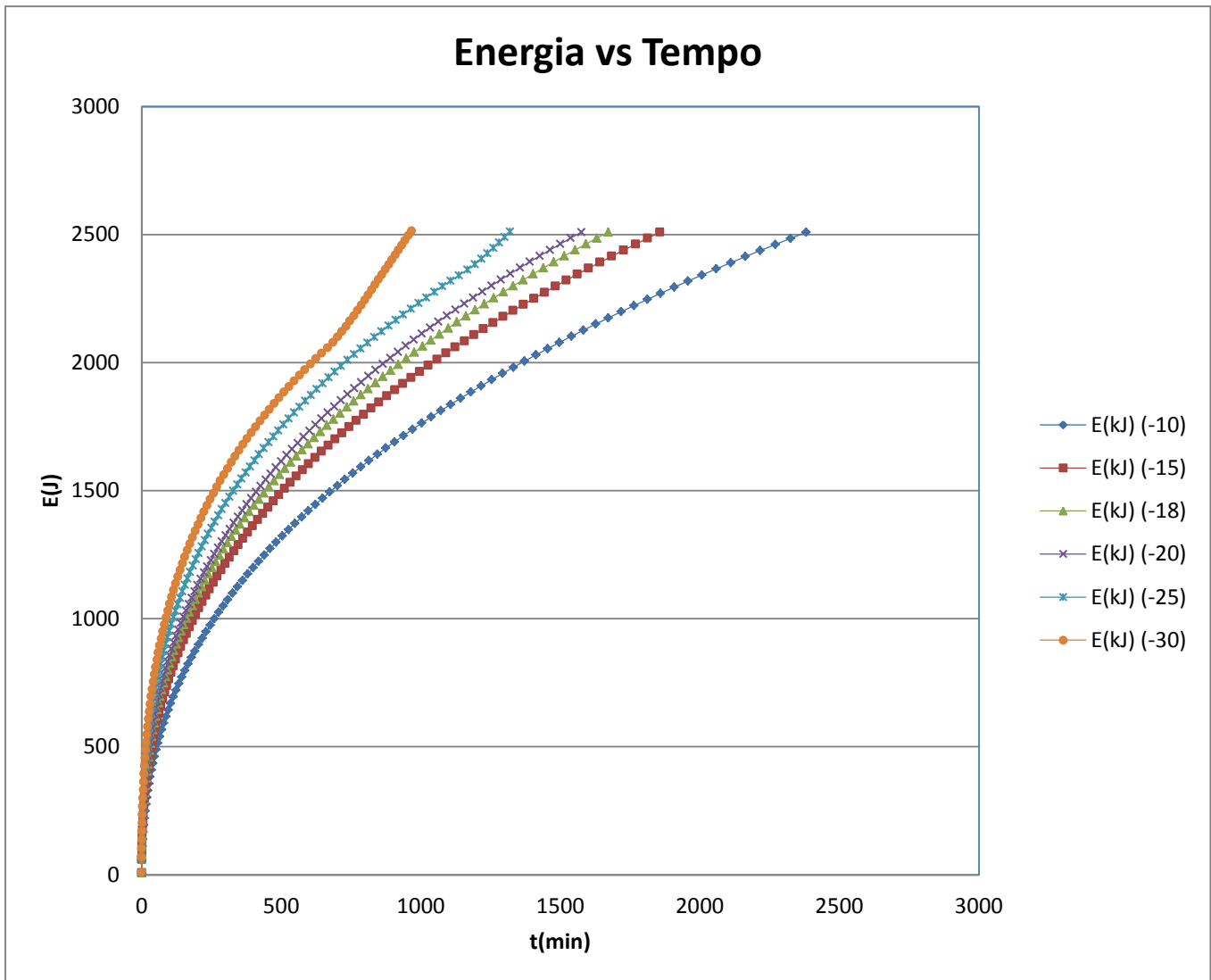


Figura 19- Energia vc Tempo

O gelo é energia armazenada. Neste gráfico podemos observar que a quantidade de energia armazenada no gelo feito na bancada vai ser a mesma. A diferença é o tempo que vai demorar em chegar até esse nível de energia. É por isso que quando a temperatura da parede é mais baixa, a velocidade do crescimento do gelo maior, e por tanto, a quantidade de energia armazenada é mais rápida. A expressão usada para calcular a energia foi a seguinte:

$$\rho \cdot A \cdot x \cdot |L + C_p \cdot T|$$

### 7.2.4- Energia versus posição

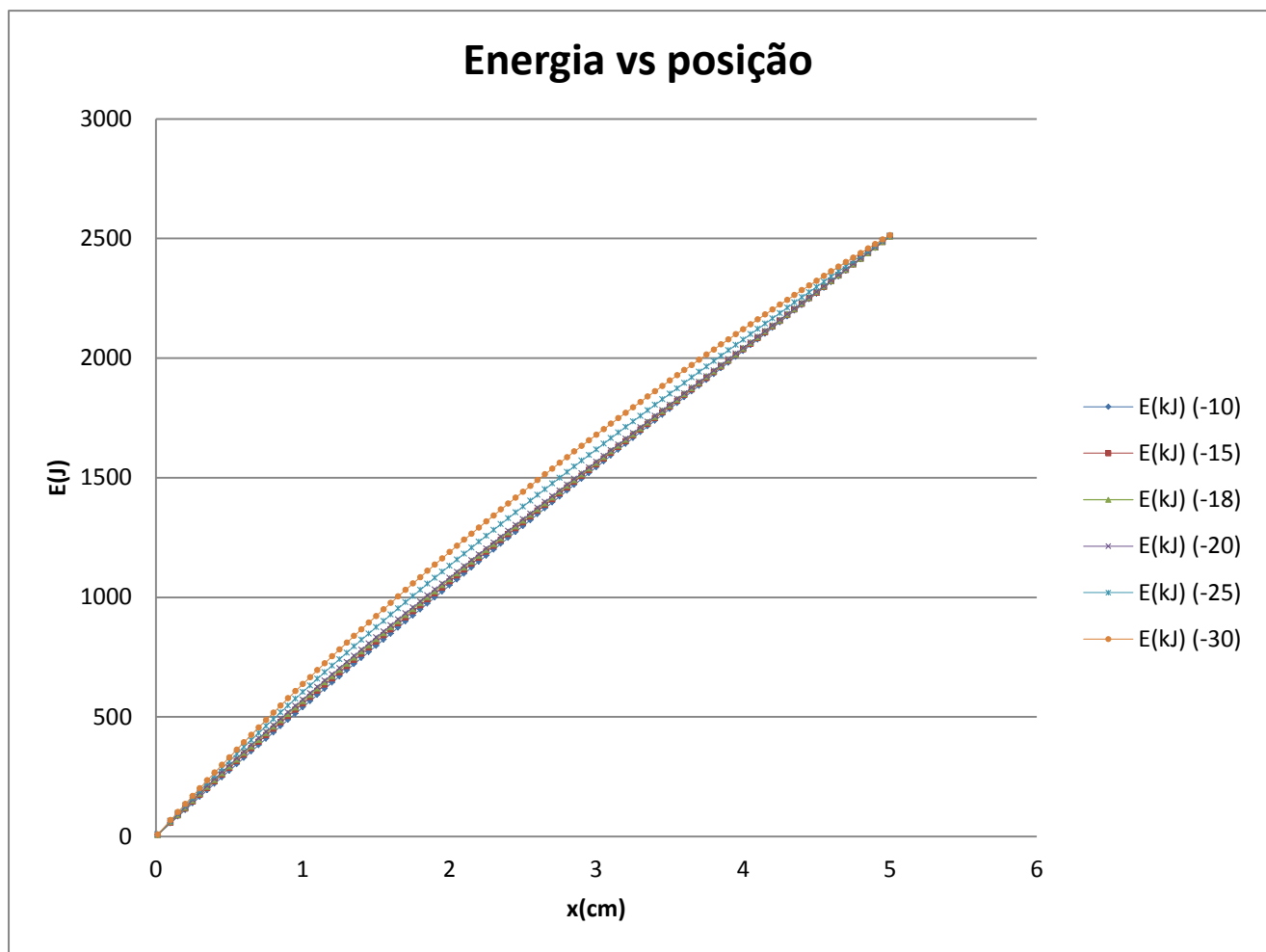


Figura 20- Energia vs posição



## 7.3-Resultados experimentais

### 7.3.1 - Temperatura versus tempo

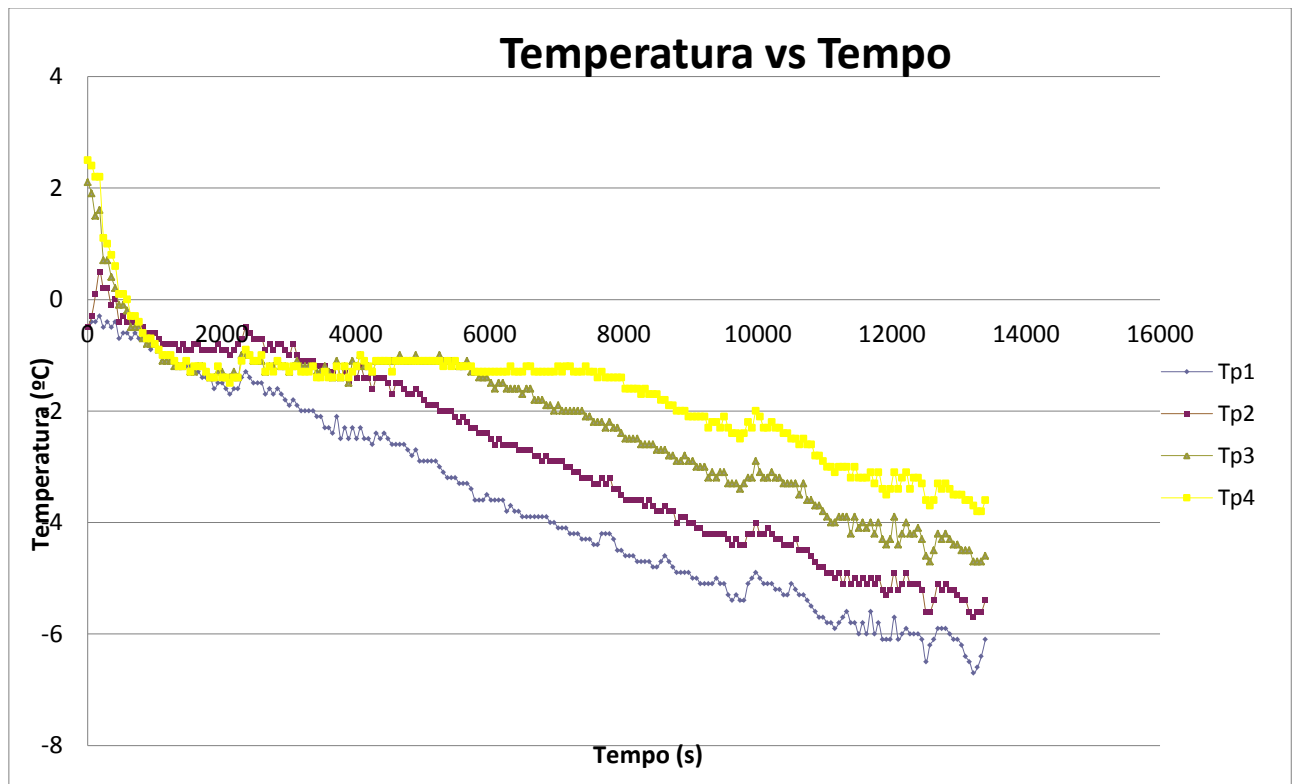


Figura 21 - Temperatura vs tempo, vazão 0,05937 kg/s

Nesta figura podemos observar varias coisas. Os termopares representados na gráfica (Tp1, tp2, Tp3 e Tp4) são os termopares que ficaram no “ponte” de termopares, entre as placas planas. O termopar 1 (Tp1), foi o termopar que mais próximo fico da parede. Pelo contrario, o termopar 4, foi o termopar que mais longe fico.

Podemos observar então quando que é que a fronteira móvel do gelo chega até os termopares. Num principio, podemos ver que a temperatura dos termopares é bem próxima, quase igual. Os termopares estão mergulhados no PCM. Quando o gelo chega a Tp1, podemos ver como os outros termopares continuam com uma temperatura “constante” pelo contrario que o Tp1. A mesma coisa acontece com os outros termopares quando o gelo avança até eles. É bem representativo com o Tp3 e o Tp4. A temperatura registrada pelo termopar 4 não começa a baixa até depois de um período; o período que demora o gelo até chegar a ele.

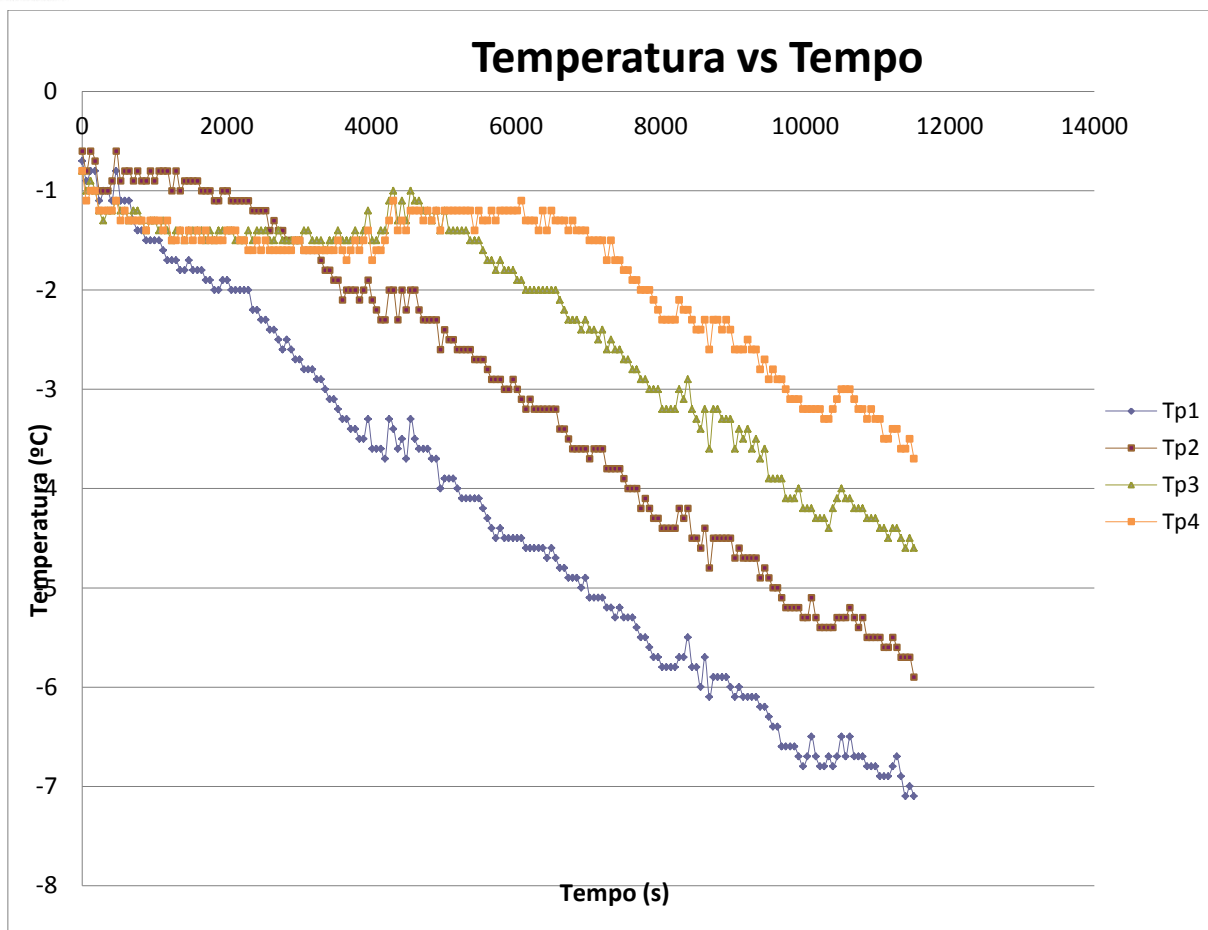


Figura 22 - - Temperatura vs tempo, vazão máximo

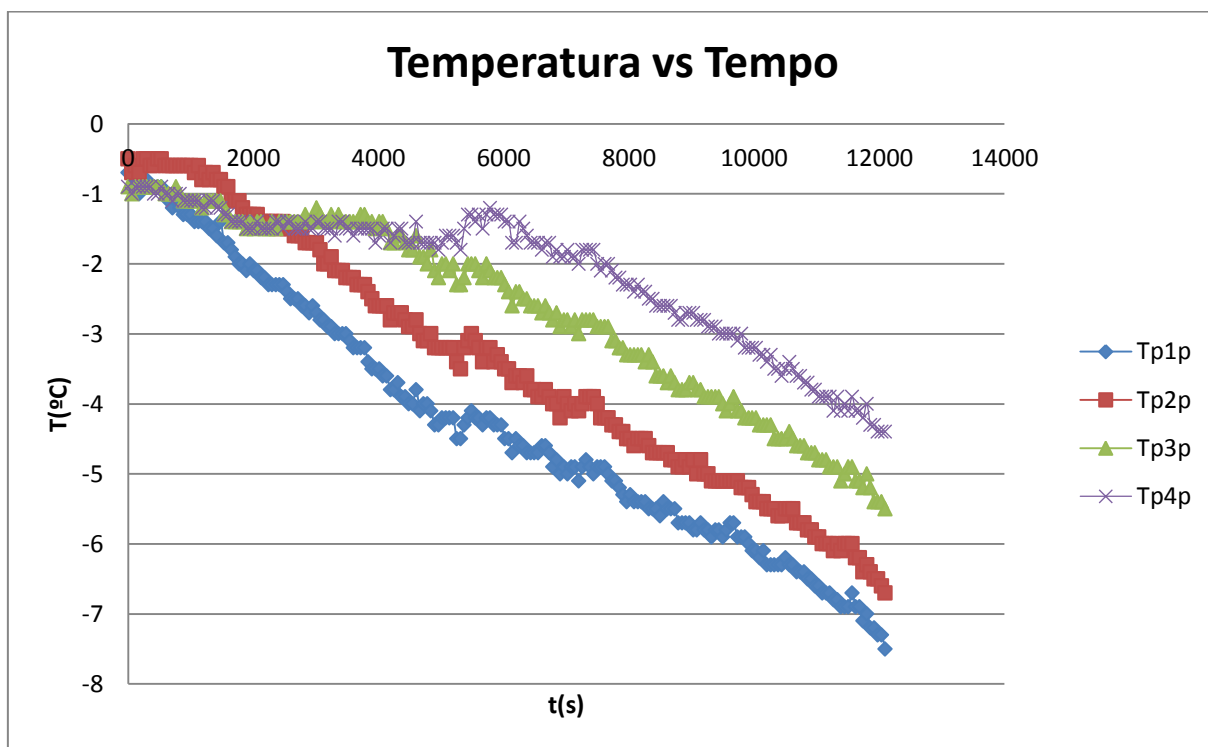


Figura 23 - Temperatura vs tempo, vazão mínimo 0,01984 kg/s

### 7.3.2- Temperatura versus posição

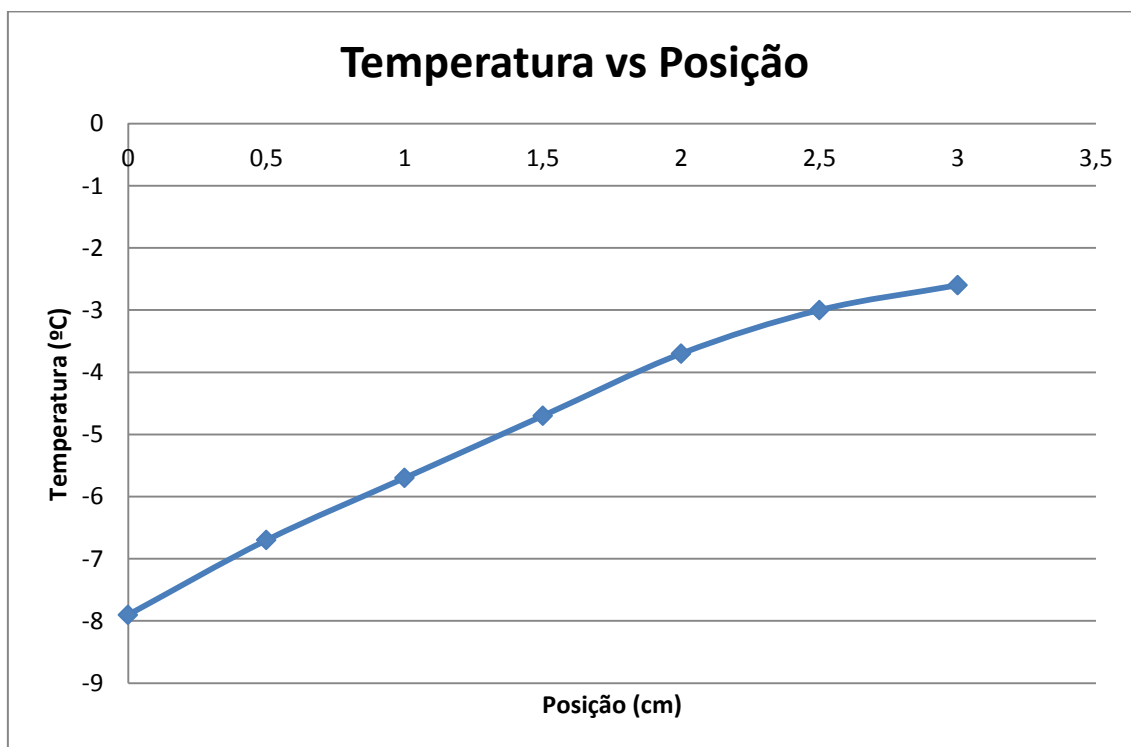


Figura 24 - Temperatura vs posição, vazão 0,05937 kg/s

Similarmente que com os resultados tirados com o programa, a distribuição de temperaturas com respeito à posição é quase linear.

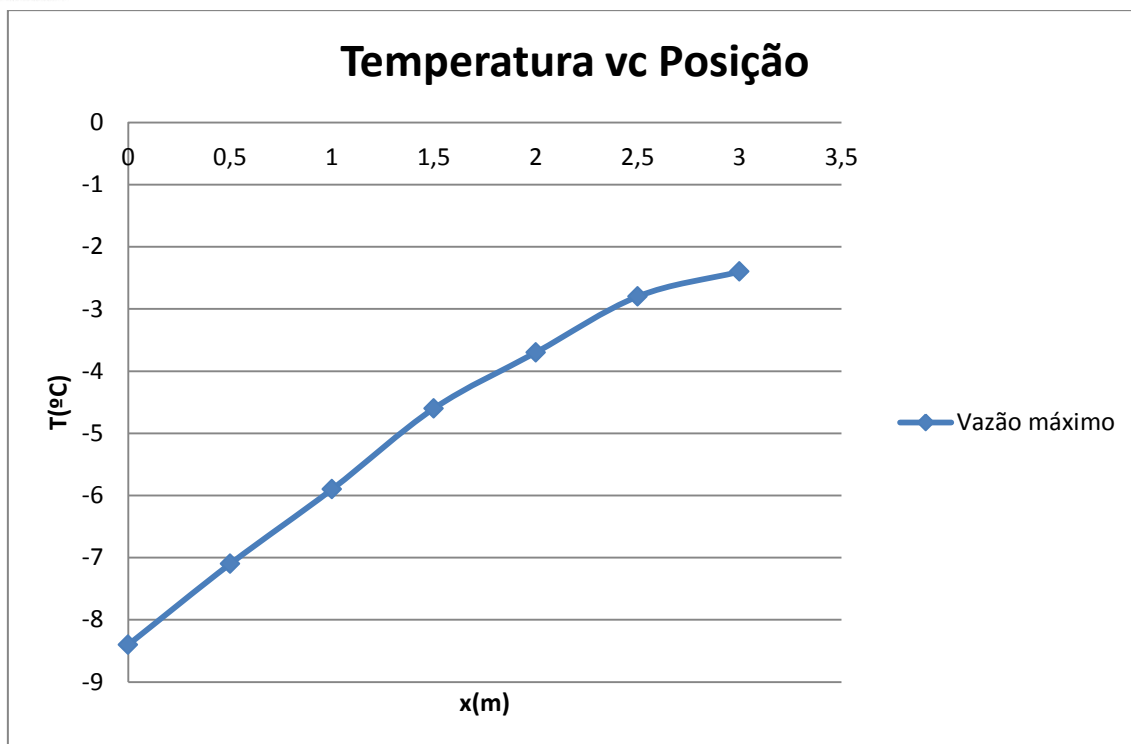


Figura 25 - Temperatura vs posição, vazão máximo

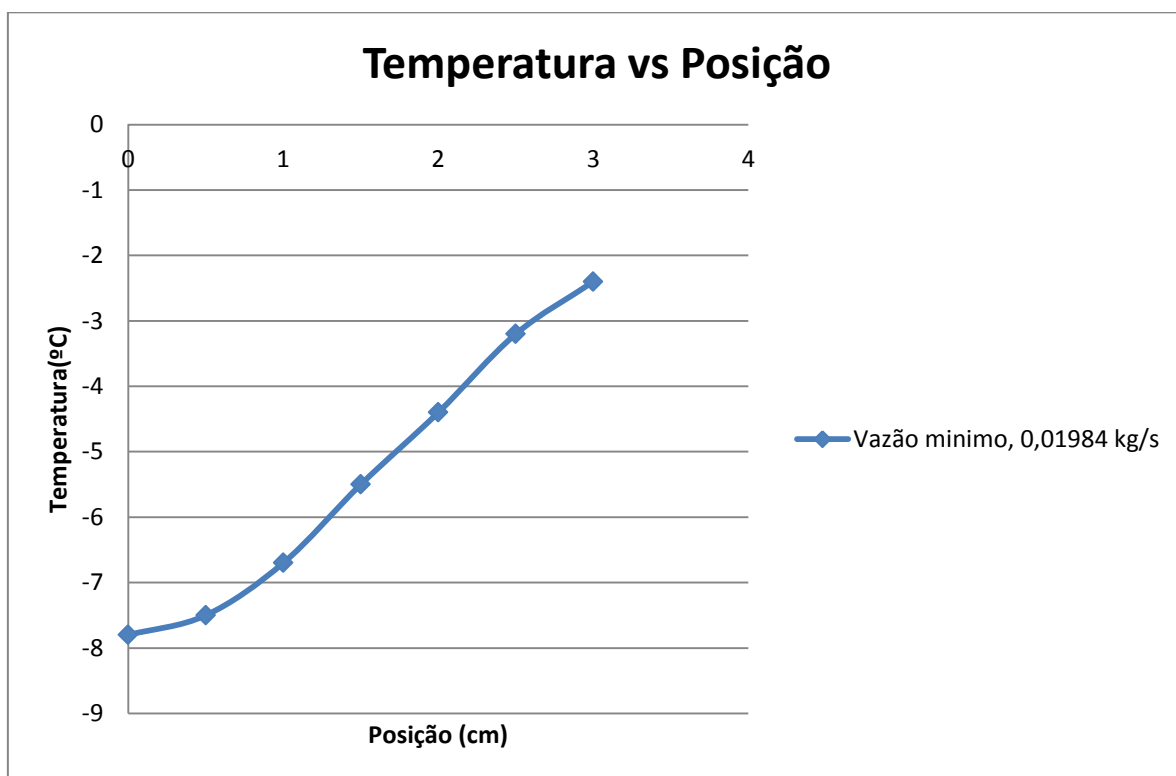


Figura 26 - Temperatura vs posição, vazão mínimo 0,01984

### 7.3.3- Velocidade versus tempo

Para calcular a velocidade de crescimento do gelo, foram tiradas cada pouco tempo fotografias como já foi explicado em capítulos anteriores.

Alguns exemplos das fotos que foram tiradas:



Figura 27 - Fronteira móvel vazão máximo



Figura 28 - Fronteira móvel vazão máximo



Figura 29 - Fronteira móvel antes de se encontrar vazão máximo



Figura 30 - Vista das placas e do gelo entre elas no final do experimento



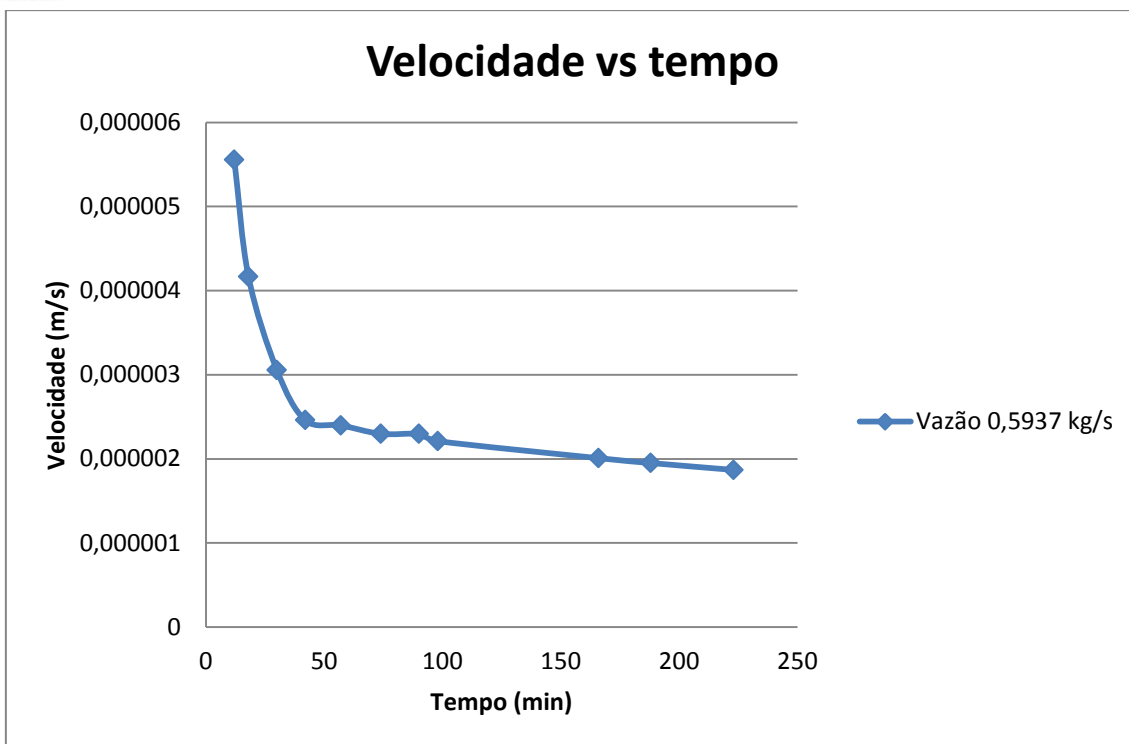


Figura 31 - Velocidade vs Tempo, vazão 0,05937 kg/s

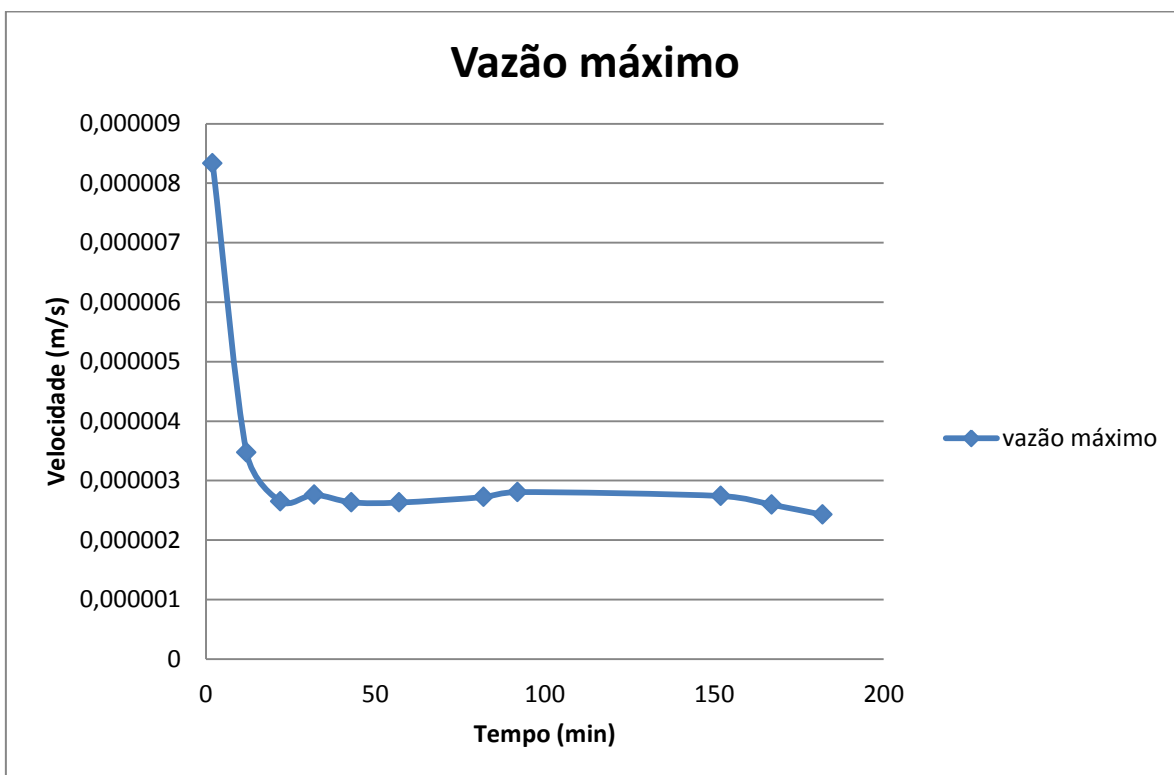


Figura 32 - Velocidade vs Tempo, vazão máximo

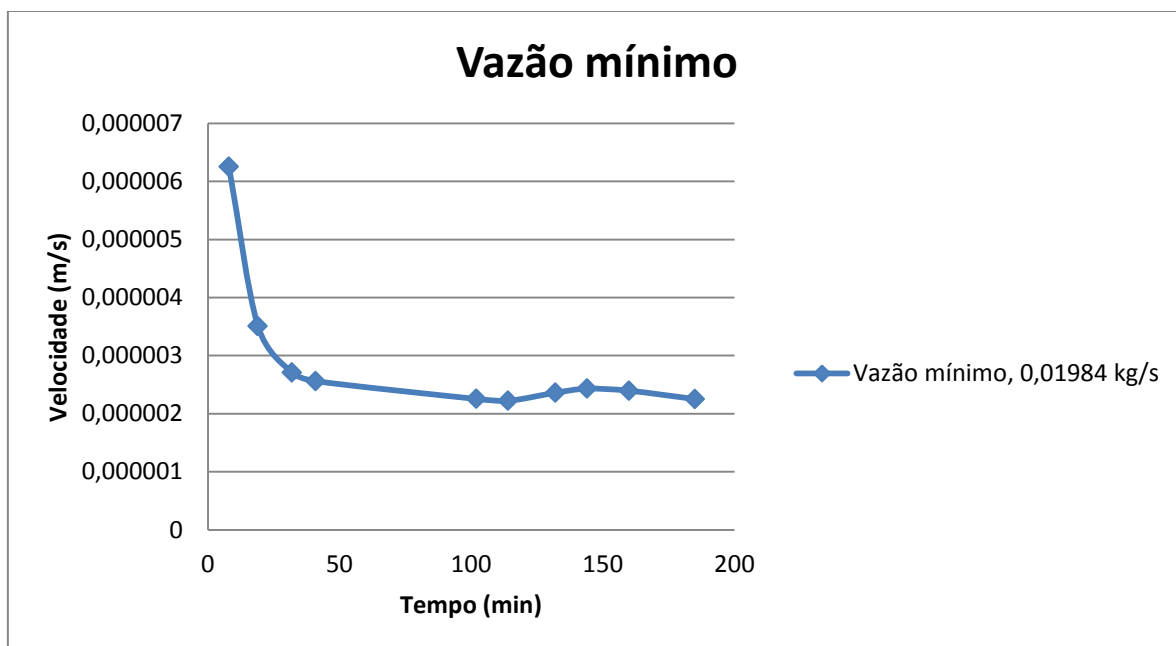


Figura 33 - Velocidade vs Tempo, vazão mínimo 0,01984 kg/s



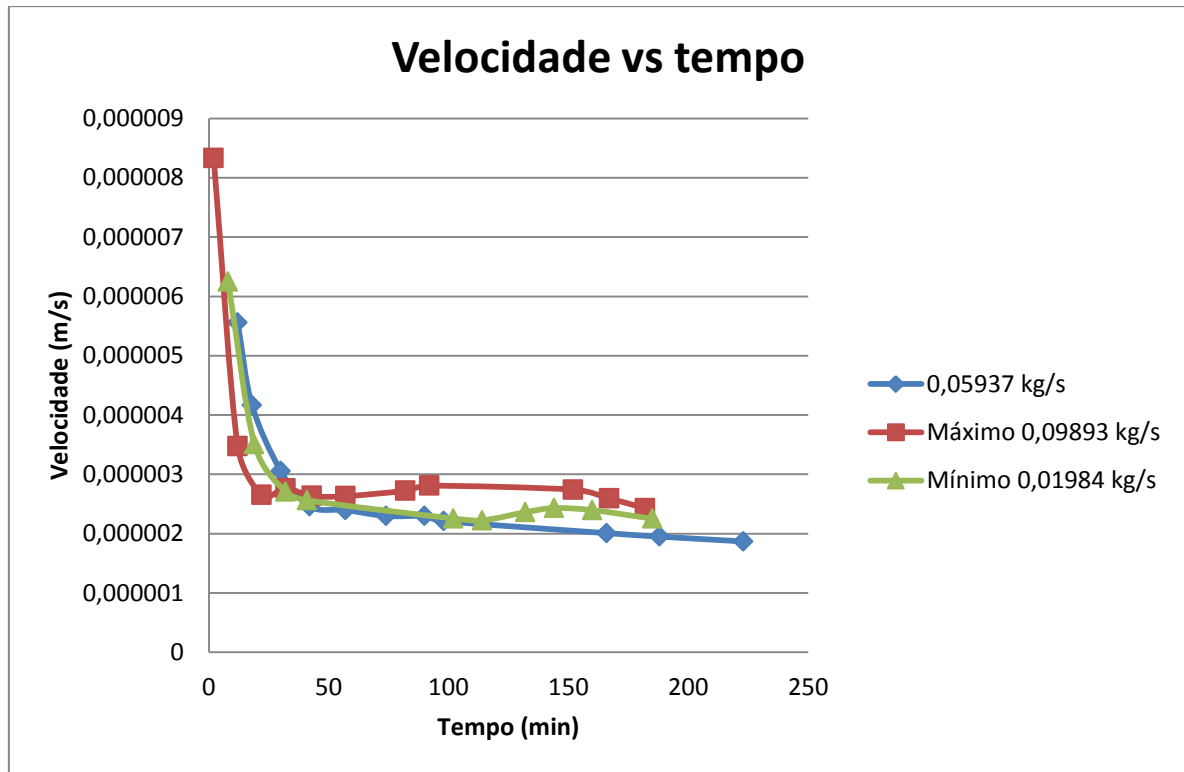


Figura 34 - Velocidade vc tempo conjunto

Neste caso, podemos ver como as velocidades são diferentes com vazões diferentes. Mas não é as vazões diferentes a causa da pequena diferença de velocidade. O experimento com vazão máximo foi feito com uma temperatura de parede maior. Podemos pensar então que uma temperatura de parede maior corresponde a uma velocidade de crescimento maior.

### 7.3.4- Energia versus posição

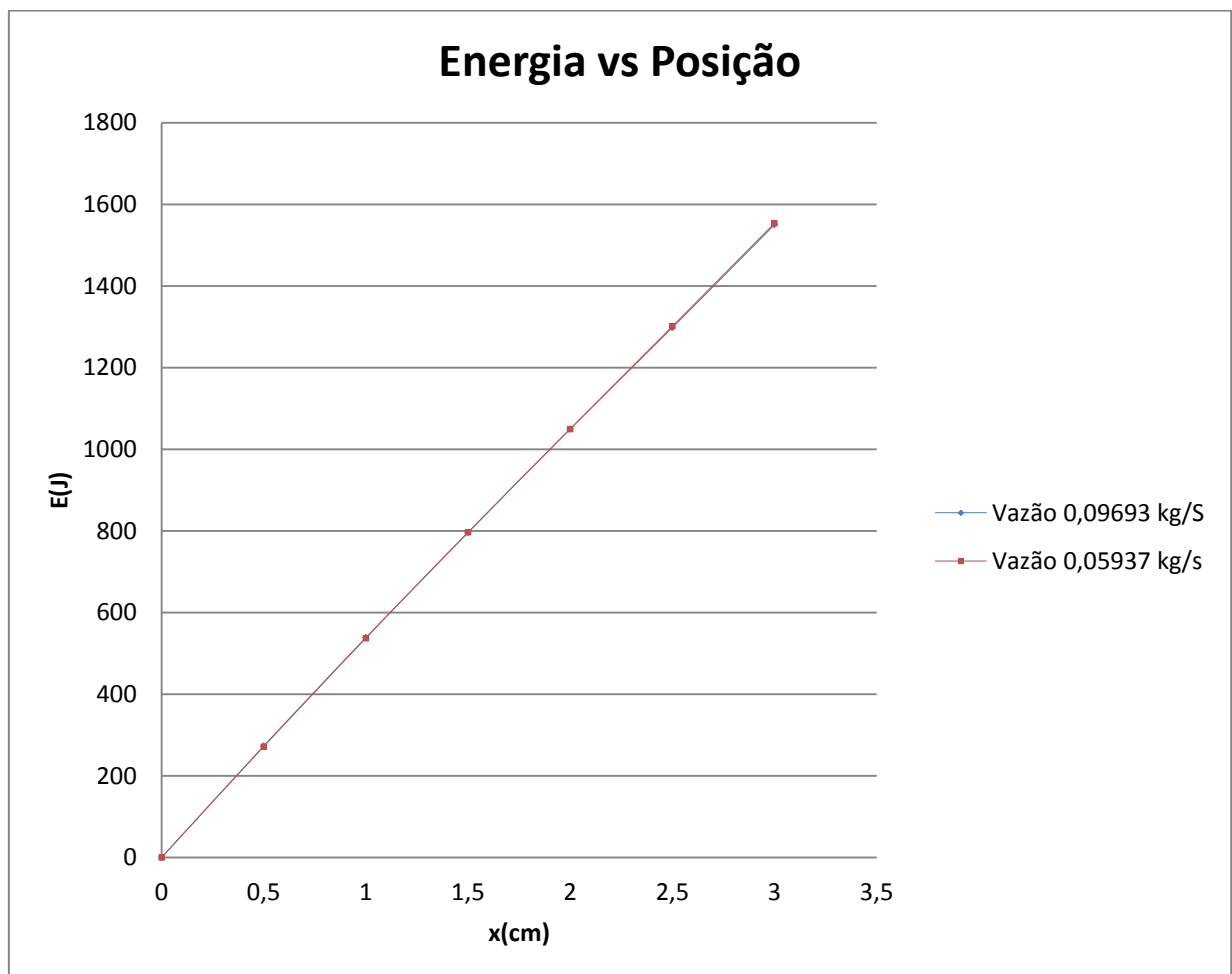


Figura 35 - Energia vc Posição

Aqui podemos ver que a diferença na vazão é inexistente.

## 7.4- Comparação dos resultados

### 7.4.1- Velocidade versus tempo

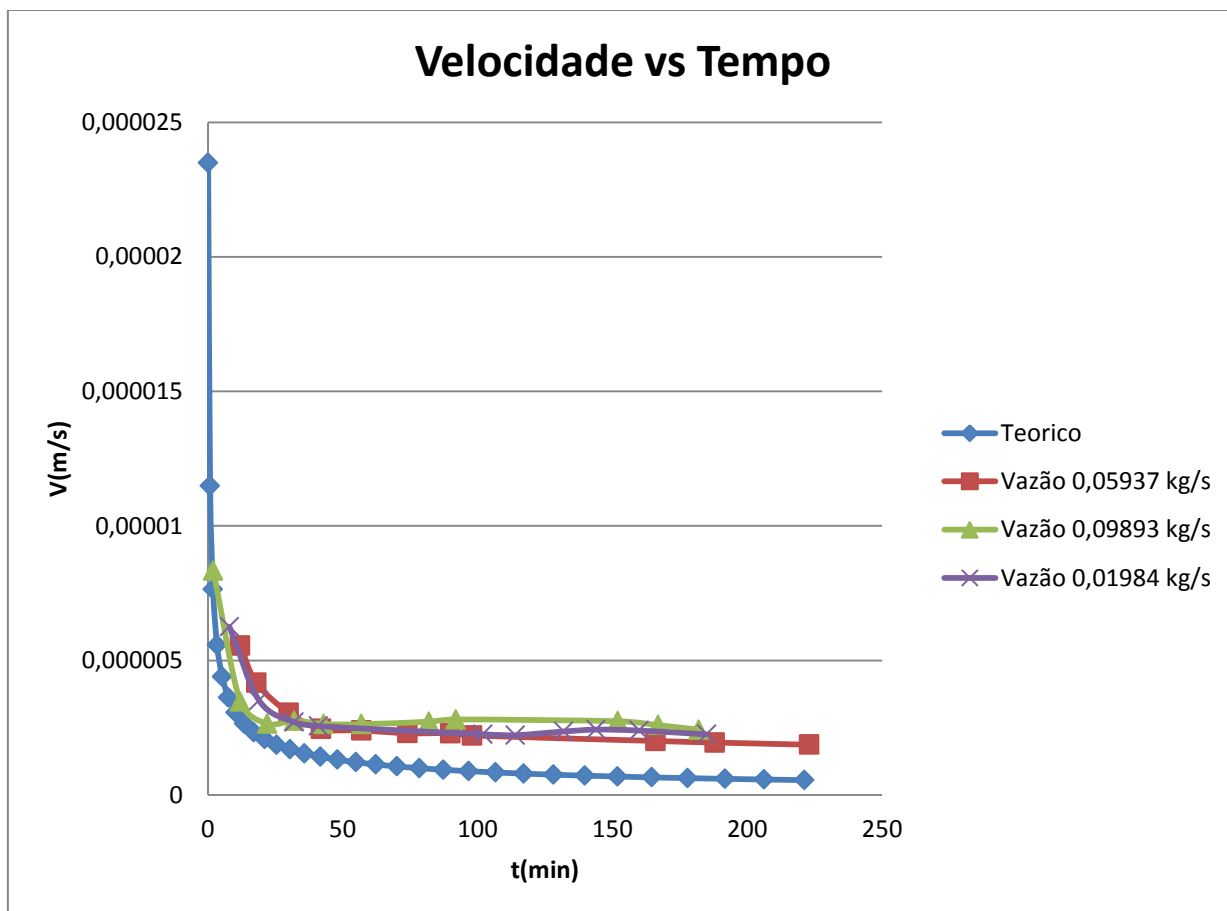


Figura 36 - Comparação de velocidades de crescimento

Como podemos observar nesta figura compara se as velocidades de crescimento do gelo obtidas com a simulação no programa e os dados experimentais da bancada. Podemos ver que a tendência das curvas é similar. Além da tendência, os valores também são do mesma ordem.

Porém, observamos que as velocidades obtidas experimentalmente são algo maiores. Isto pode ser devido a varias razões.

Em primer lugar, e por enquanto, a razão de mais peso, a capacidade de controle da temperatura da maquina não foi a desejada. Num principio, a temperatura da parede plana tinha que ser constante. Isto deve ser então, uma temperatura do álcool constante. Durante os experimentos foi colocado um “set point” na maquina para manter a temperatura de trabalho a uma temperatura desejada. O que acontecia foi que uma vez a temperatura chegara ao “set point”, a maquina parava de funcionar uns segundos. O tempo necessário para esquentar em dois o três grãos o álcool. A solução foi subir o “set point” e deixar que a temperatura do álcool subisse de pouco a pouca durante o experimento. O resultado foi que a velocidade de crescimento do gelo é algo maior que a esperada com temperatura de parede constante.

Num segundo lugar, podemos também supor que as condições das variáveis no experimento não foram as ideais, como pode ser uma temperatura do PCM menos ou maior no princípio do experimento.

#### 7.4.2- Temperatura versus posição

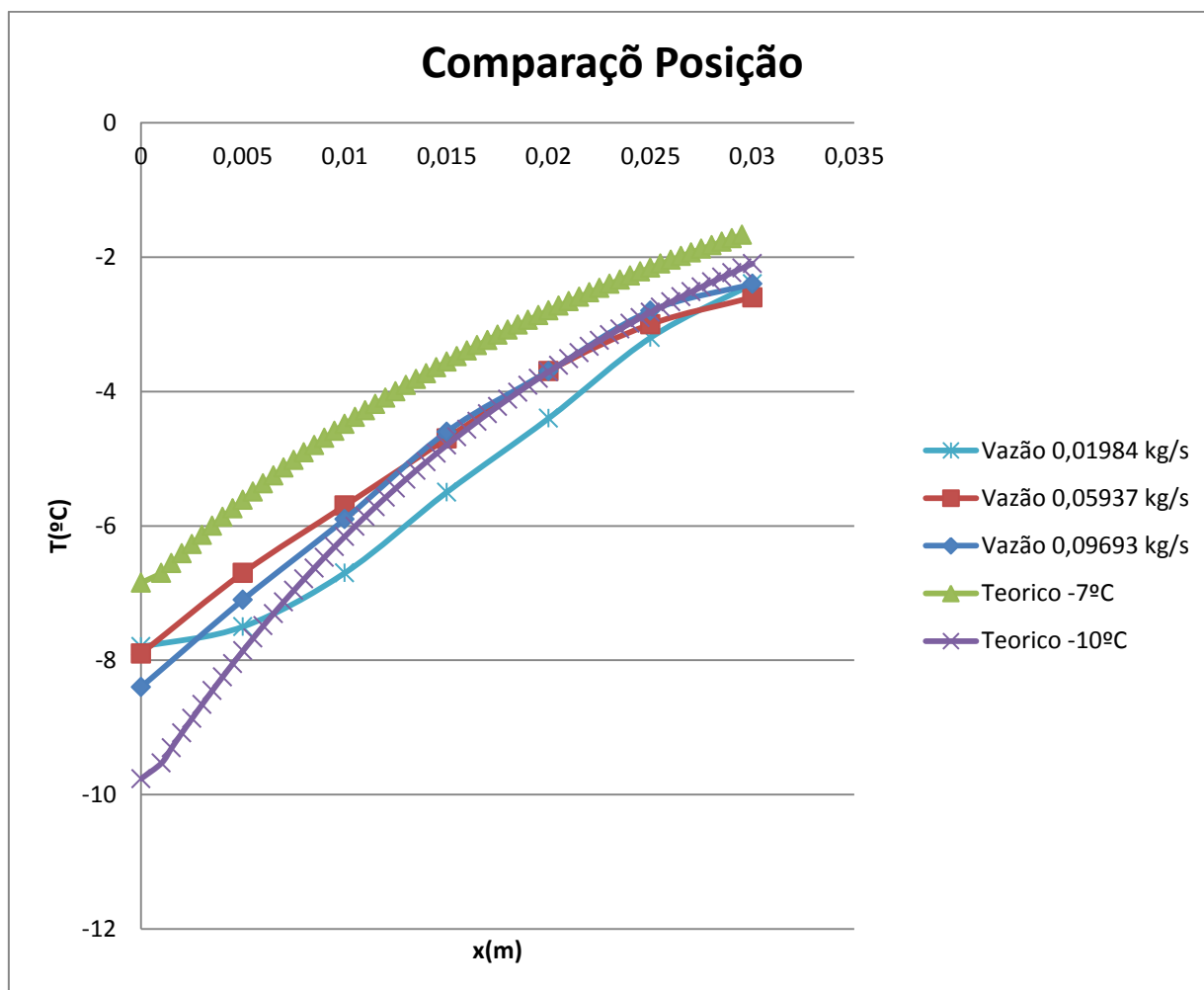


Figura 37 - Comparação Temperatura vs Posição

Como já observamos em capítulos anteriores, a vazão não tem muita influencia no resultado final. Nesta gráfica podemos ver a concordância entre os resultados obtidos experimentalmente e os dados do programa.

### 7.4.3- Energia versus posição

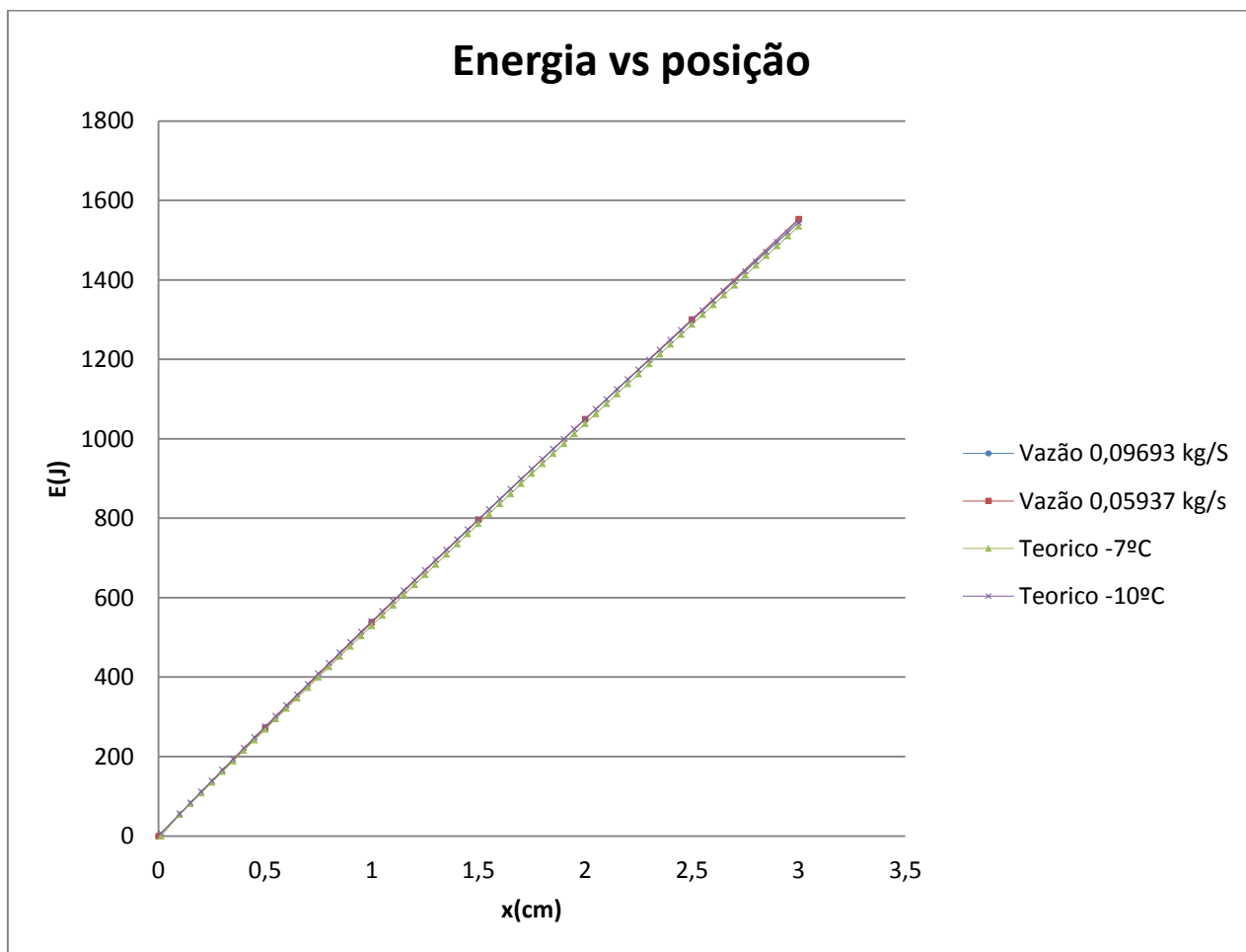


Figura 38 - Energia vs posição

Como podemos observar, quase não podemos distinguir os resultados obtidos pelo programa e os resultados obtidos experimentalmente. Neste caso, a concordância é muito importante. Não foram colocados mais dados porque a visualização já é dificultosa.

## 8- Conclusões e sugestões para próximos trabalhos

### 8.1- Conclusões

Neste trabalho foi apresentado um estudo numérico e experimental de formação de gelo num banco de placas paralelas.

Os resultados mostrados nos capítulos anteriores permitem nos construir as seguintes conclusões.

As diferenças entre os resultados numéricos e os resultados experimentais são pequenas. O comportamento do modelo numérico unidimensional e as medidas experimentais são similares e por tanto os resultados experimentais podem ser considerados como convalidação dos resultados numéricos e do modelo. As concordâncias dos resultados, a pesar das dificuldades encontradas permitem avaliar o procedimento usado em todo o trabalho tanto para a parte teórica como a parte experimental.

Podemos chegar então a umas conclusões certas estudando as duas propostas.

Quanto maior é a vazão que circula pelas placas paralelas, maior é a uniformidade da distribuição de temperatura nas placas e, por tanto, mais uniforme é crescimento do gelo. Não obstante, a vazão do álcool não tem influencia na velocidade de crescimento do gelo.

Além de isso, quanto mais desce a temperatura do álcool, maior é a velocidade de crescimento do gelo, e por tanto, o tempo de solidificação é menor.

Foi constatado que o crescimento do gelo nas placas planas não é uniforme no procedimento experimental. Isto pode ser devido a um melhor isolamento do banco na parte inferior do tanque. Na parte superior do tanque constitui se de uma tapa pelo onde é introduzido o PCM. O isolamento de este parte é por tanto mais difícil de controlar.

Além de isso, a camada de gelo formada não é uniforme devido as correntes convectivas presentes na montagem experimental.

Porém, este crescimento no uniforme não é presente no modelo numérico ideal.

O modelo numérico foi feito para uns dados ideais graças o programa de computação MATLAB. O código do programa é mostrado no anexo ao final de este trabalho.

### 8.2- Dificuldades encontradas

As principais dificuldades encontradas foram devidas à bancada de gelo. A maquina não estava funcionando como teria que funcionar e foi necessário varias manutenções.

Num primer lugar, foi instalado o sistema de recuperação de dados (os termopares). Um problema com a conexão de estes com o computador foi resolvido ligando para a o serviço técnico da empresa.

Num segundo lugar, foi descoberto que o álcool não conseguia baixar para as temperaturas de trabalho quando a bancada estava cheia com a carga de PCM. O problema, achamos, devia ter resolvido com carregar gás (R-22) no primer circuito. Foram colocados umes manômetros para controlar a pressão no circuito. A manutenção foi feita, e depois de colocar o gás, descobrimos que a máquina perdia pressão, tinha um vazamento.

Para descobrir o vazamento, colocamos espuma nas conexões do circuito. O vazamento encontrou-se nas conexões dos manômetros posto que ficavam numa zona de muita vibração.

Uma vez conseguido solucionar o problema com o vazamento, se observou que a máquina seguia sim baixar as temperaturas de trabalho necessárias.

A solução foi bem simples. Antes de começar com o experimento, a bancada era vazia da carga (PCM). Desta maneira, sem carga, o refrigerante conseguia baixar até a temperatura de trabalho. O PCM era jogado então à temperatura fixada (próxima da mudança de fase).

### 8.3- Sugestões para próximos trabalhos.

Para próximos trabalhos, é recomendável trabalhar mais eficazmente com a bancada de gelo.

Num primer lugar, seria recomendável diminuir o volume do PCM na bancada. De esta forma, o tempo para se descongelar e podemos realizar de novo o experimento será menor. Além de isso, a máquina trabalharia melhor e poderia baixar até a temperatura de trabalho sem necessidade de vaziar o PCM todo. Para diminuir o volume de PCM, só seria preciso de colocar isolante na parte mais remoto das placas para construir um volume mais pequeno dentro da banca.

## Anexo

### Código do programa construído

```
% Main

%parameters a 0 grados
Ro      = 999.8 ;           %[kg/m^3] = valor de la Densidad;
L       = 334400 ;         %[J/kg]   = Calor Latente;
DeltaX  = 0.0005;         %[m]      = valor del intervalo de x);
k       = 0.561;           %[W/m=J/ms]= valor de la conductividad k;
Alpha   = k/(Ro*4217);     %[m^2/s]  = valor de la difusividad Alpha;
k/Ro*Cp
Tm      = 0;               %          = valor de la Temperatura de
fusión (Tm;

% calcula Deltat1 y nodo 2 en instante 1
[Deltat0, Deltat1, Tnodo] = calc_deltat(Ro,L,DeltaX,k,Alpha,Tm)

% calcula los demas Deltat de tiempo n

[T,Tiempo_s,Q] =
mierda_T(Ro,L,DeltaX,k,Alpha,Tm,Deltat0,Deltat1,Tnodo);

%Representación de los resultados

W=T(100,:);
VectorT(1)=Tiempo_s(1);
for i=2:100
    VectorT(i)=Tiempo_s(i)+VectorT(i-1);
end

%plot(VectorT,W,'r-d')
VectorDX(1)=DeltaX/4;
for i=2:100
    VectorDX(i)=i*DeltaX;
end
%plot(VectorDX,W,'g-p')
plot(VectorDX,Q,'g-p')

Wt      = W';
W       = Wt;
VectorTt = VectorT';
VectorT  = VectorTt;
VectorDXt= VectorDX';
VectorDX = VectorDXt;

[V]= velocidad(Tiempo_s,DeltaX);

Vt      = V';
V       = Vt;
```



```
Tiempo_st= Tiempo_s';  
Tiempo_s = Tiempo_st;
```

```
%xlswrite('Temperatura.xls', W,'Hojal', 'C2')  
%xlswrite('Temperatura.xls', VectorT,'Hojal', 'D2')  
%xlswrite('Temperatura.xls', V,'Hojal', 'H2')  
%xlswrite('Deltat.xls', Tiempo_s,'Hojal', 'D2')
```

```
% funcion calc_deltat_Tnodo
%

% Cálculo de los espacios de tiempo deltat0, deltat1 y del nodo 2 en
el instante 1

function [Deltat0,Deltat1, Tnodo] =
calc_deltat (Ro,L,DeltaX,k,Alpha,Tm)

% comienzo de la funcion

% Calculo de Deltat0
Tp=-7;
Deltat0 = (Ro*L/k) * ((DeltaX^2)/4) / (Tm-Tp)

% Deltat1

%Iteraciones
% sea p el numero de iteraciones
p=1;
Deltat1=Deltat0;
Deltat=0.05;
while abs(Deltat-Deltat1) > 0.03
    r1 = Alpha*Deltat1/DeltaX^2;
    x = solve('-r1*Tp+(1+2*r1)*x-(1+r1)*Tm=0');
    x = eval(x);
    Delaux = (Ro*L/k) * DeltaX^2 / (Tm-x);
    Deltat1 = Deltat;
    Deltat = Delaux;
    p=p+1;
    abs(Deltat-Deltat1)
end
p
Deltat1=Deltat;
Tnodo=x;
```

```
% mierda_T
% Espacios de tiempo Deltatn y Temperaturas nodales
```

```
function [T,Tiempo_s,Q] =
mierda_T(Ro,L,DeltaX,k,Alpha,Tm,Deltat0,Deltat1,Tnodo)
Q=[Tnodo];
Tiempo_s=[Deltat0 Deltat1];
T = zeros(2,2);
T(2,1)= Tnodo;
[E]=matriz_E(Tnodo);
for n = 2:100

    Tiempo_s(n+1)=Tiempo_s(n);
    p=1;
    Tiempo=1;

    while abs(Tiempo-Tiempo_s(n+1))>1e-4
        rn = Alpha*Tiempo_s(n+1)/DeltaX^2;
        [a,b,c] = matriz_A(n,rn);
        [d] = vector_d(E,n,rn);
        [y,N] = TDMA solver(a,b,c,d,n);
        Delaux = (Ro*L/k)*DeltaX^2/(Tm-y(N));
        Tiempo_s(n+1) = Tiempo;
        Tiempo = Delaux;
        for z= 1:n
            T(n+1,z)= y(z);
        end
        Q(n)=T(n,n-1);
        p=p+1;
    end

    Tiempo_s(n+1)=Tiempo;

end

T
```

```
% definiendo vectores de matriz A
```

```
function [a,b,c]= matriz_A(n,rn);
```

```
%Vectores de la Matriz A
```

```
a=zeros(1,n-1);
```

```
c=zeros(1,n-1);
```

```
b=zeros(1,n);
```

```
for k = 1:n-1
```

```
    a(k) = -rn;
```

```
    c(k) = a(k);
```

```
    b(k) = 1+2*rn;
```

```
end
```

```
b(n) = 1+2*rn;
```

%vector d

```
function [d] = vector_d(E,n,rn)
d= zeros(n,1);
d(1) = E(n,1)-rn*18;
for f= 2:n-1
    d(f)=E(n,f);
end
```

%Calculo de las Temperaturas nodales

```
function [y,N] = TDMAsolver(a,b,c,d,n)

% Modify the first-row coefficients
c(1) = c(1) / b(1);    % Division by zero risk.
d(1) = d(1) / b(1);

for i = 2:n-1
    temp = b(i) - a(i-1) * c(i-1);
    c(i) = c(i) / temp;
    d(i) = (d(i) - a(i-1) * d(i-1))/temp;
end

d(n) = (d(n) - a(n-1) * d(n-1))/( b(n) - a(n-1) * c(n-1));

% Now back substitute.
y(n) = d(n);
for i = n-1:-1:1
    y(i) = d(i) - c(i) * y(i + 1);
end
N=length(y);
end
```

